

## ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE PROBLEM ÇÖZME

*Alaattin PUSMAZ\**

### ÖZET

Problem çözme üzerine son yıllarda yapılan araştırmaların fazlalığı matematik öğretiminde bu becerinin ne kadar büyük bir potansiyele sahip olduğunun bir göstergesidir. Bu çalışmada öncelikle problem çözenin matematik öğretimindeki önemi ve yeri, öğretmenlerin bunu derslerinde nasıl kullanabilecekleri açıklanmıştır. Ardından da problem çözenin ülkemizdeki matematik dersi öğretim programlarında nasıl bir konuma sahip olduğuna değinilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Matematik öğretimi, problem çözme, problem çözme stratejileri

---

\* Yrd.Doç.Dr., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi ABD.

Pusmaz, A. (2015). Ortaokul Matematik Öğretiminde Problem Çözme, 2. Temel Eğitim Sempozyumu “Ortaokul Sorunları” bildiriler kitabı içinde (s.385-399). İstanbul.

## 1. Matematik Öğretimi ve Problem Çözme

Tüm öğrenciler için matematiği öğrenmenin temel amacı, matematiğin derinlikli ve zengin bakış açısını kazanmaktır. Denklem çözmek, kesirleri toplamak, cismin yüzey alanını hesaplamak gibi işleme dayalı süreçleri bilmek ve bunları hızlı bir şekilde yapabilmek matematiği anlamak için yeterli değildir. Çünkü işlemleri nasıl yapacağını biliyor olması, öğrencinin ne yaptığını anladığını garanti edemez (Hiebert & Wearne, 2003).

Eğitimciler 1800'lerin ortalarından itibaren, matematiksel süreçlerin öğretilmesinden sonra öğrencilerin bu süreçlerle ilgili uygulamalar yapmalarının etkili bir öğretim ortamı sağlayacağı hususunda hemfikirdirler (D'Ambrosio, 2003). Bunu gerçekleştirebilmenin en ideal yolu da, konularla ilişkili uygun problemler hazırlayabilmek veya özenle hazırlanmış problemleri seçebilmek ve ardından bunlara uygun çözüm yolları geliştirebilmektir.

Problemler antik dönemlerden beri matematik çalışmalarında merkezi bir yere sahip olmuştur, fakat problem çözme için durumun böyle olduğu söylenemez. Matematik eğitimcileri problem çözme becerisinin özel bir öneme layık olduğu fikrini ancak 80'li yıllardan itibaren kabul etmişlerdir (Stanic & Kilpatrick, 1989). Bu dönemden itibaren problem çözmenin matematik öğretiminin önemli bir parçası olduğu fikri yerleşmeye başlamıştır.

## 2. Problem Çözmenin Önemi

Problem çözme her ne kadar onlarca yıldır matematik eğitiminin önemli bir araştırma konusu olsa da, bir problemde bulunması gereken özelliklerin neler olduğu konusunda ortak bir fikir yoktur. Problem tanımlanırken aşağıdaki hususlar öncelikli olarak zikredilir.

Öğrenciler karşılaştığı problemi çözebilmek için istekli ve de yeterli ön bilgiye sahip olmalıdır. Çözümeye kolayca ulaşabileceği kestirme bir yol veya formül bilmemelidir (Charles & Lester, 1982). Ayrıca öğrenci problem ya da etkinlikte yer alan matematiksel fikirleri anlamlandırma-ya odaklanmalı ve kendisinden beklenen davranışı sergileyebilmelidir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012).

Stanic ve Kilpatrick (1989) okul matematiğindeki problem çözmenin rolünü üç genel tema ile açıklar. Bunlar; bağlam olarak problem çözme, beceri olarak problem çözme ve keşif olarak problem çözmedir.

Bağlam olarak problem çözme, öğrencilerin hoşça vakit geçirmelerine yardımcı olan, yeni bir konunun öğrenilmesi için öğrencileri motive eden ve bunların öğretiminde etkili bir araç olan problem çözme sürecine işaret eder (Stanic & Kilpatrick, 1989).

Problem çözme becerisi matematik derslerinde geliştirilmesi hedeflenen becerilerden sadece birisidir.

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

Beceri olarak problem çözmeye, problem çözmeyi matematik çalışmalarının kaçınılmaz bir sonucu değil de özel ilgiyi hak eden kıymetli bir uğraşı olduğunu savunanlarca daha etkili bir yaklaşım olarak ele alınmıştır (Stanic & Kilpatrick, 1989). Problem çözmeye becerisi ancak zamanla gelişebilecek bir beceridir ve aceleyle kazandırılmaz. İyi seçilmiş problemler ve uygun stratejilerle çözüme ulaşma çabaları bu becerinin gelişmesine yardımcı olur. Problemin çözümü için kurallar (reçeteler) veya formüllere yönelmek asıl hedeften yani neden sonuç ilişkisine dayalı “ilişkisel anlamadan” uzaklaşmaya neden olur. Ayrıca problemler seçilirken öğrencilerin ilgileriyle ve günlük hayatla ilişkili olmalarına da dikkat edilmelidir.

Keşfe dayalı problem çözmeye ise, problem çözerken kullanılabilecek stratejilerle ilişkilidir. Bu stratejiler genel olarak hüristik kelimesiyle ifade edilir. Bu yönüyle problem çözmeye, matematik dersi öğretim programlarındaki konuların öğretilmesinde aracı olan, farklı problemlerin üstesinden gelmeye yardımcı olan estetik bir çalışma olarak ortaya çıkar.

Hüristik stratejiler, problem çözmeye başarılı olmak için pratik yöntemler, problemi daha iyi anlamaya veya çözüme ulaşmaya yardımcı olan genel önerilerdir (Schoenfeld, 1985). Bu strateji, problem çözmeye yol gösteren genel bir yaklaşımdır fakat bir algoritmaya

benzemez. Çözümüne kaçınılmaz bir şekilde götüren hatasız bir yöntem değildir (Spafford, Pesce & Grosser, 1998).

Birçok durumda öğrenciler, kendilerine anlatılmış olan belirli problem çeşitlerinin (yaş problemi, hız problemi vs.) tek bir yolla çözüleceğini düşünürler. Problemlerin çözümünde cebirsel yaklaşımların en iyi yol olduğuna inanırlar (Posamentier, Smith & Stepelman, 2012). Bunun en önemli sebebi öğretmenlerin problemleri çözerken öğrencilerine kendi çözüm yollarını dayatmaları ve onlardan da benzer şekilde çözümler yapmalarını istemeleridir. Bu durum, öğrencilerin problem çözerken farklı stratejiler geliştirebilmelerinin ve kullanabilmelerinin önündeki en büyük engeldir.

Bazen öğretmenler birçok problemi çözmeye yardımcı olan etkili ve zarif stratejilerinin varlığından haberdar değildirler. Öğrencilerine, belki de istemeyerek, problemlerin sadece belirli cebirsel kalıplarla çözülebileceğini öğretirler. Problemlerin çözümünde cebir (denklem kurma) birçok stratejinin yanında en etkili araçtır (Posamentier, Smith & Stepelman, 2012). Fakat cebirsel yapıları oluşturmak matematik öğretiminde varılacak nihai hedeflerdendir. Çünkü cebirsel yapılar matematiğin sembolik dilini ve kendine has kurallarını yoğun bir şekilde içerir. Halbuki bunun öncesinde, öğrencilerin farklı problem çözme stratejilerini tanımaları ve uygulayabilmeleri sonraki dönemlerde denklem

kurmalarını, matematiğin dilini anlamalarını kolaylaştıracaktır.

Matematiksel problemlerin çözümünde kullanılacak birçok strateji vardır. Bu stratejilere örnek olarak; örüntü oluşturma, tahmin-kontrol, diyagram çizme, sistematik liste yapma, tablo oluşturma, geriye doğru çalışma, somut materyal kullanma, muhakeme etme (Charles & Lester, 1982), benzer problem oluşturma, denklem kurma (Herr & Johnson, 1994; NCTM, 2000; Posamentier, Smith & Stepelman, 2012; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012) verilebilir.

### 3. Matematik Derslerinde Problem Çözme

Matematik öğretmenlerinin tümü problem çözmeye önem verir ve derslerinde buna vakit ayırır. Öğretmenler problem çözmeye verdikleri önemi, kendi uygulamalarını da göz önünde bulundurarak farklı bakış açılarıyla izah ederler. Problem çözenin derslerde kullanılmasının çeşitli amaçları vardır. Schroeder ve Lester'a göre problem çözme matematik derslerinde üç şekilde ortaya çıkar. Birincisi problem çözme için öğretim, ikincisi problem çözmeye ilişkin öğretim ve son olarak problem çözme ile öğretim. Bu üç yaklaşım sırasıyla aşağıda açıklanmıştır (Aktaran: Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012).

Problem çözme için öğretim öğretmenin, öncelikle kavramları, kavramlar arasındaki ilişkileri ve bunlarla

ilgili formülleri vermesiyle başlar. Ardından öğretmen bu bilgileri kullanarak problemler çözer. Bu yaklaşım yaygın olarak hem derslerde hem de ders kitaplarında kullanılır. Örneğin, öğretmen iki veya daha fazla sayının en büyük ortak böleninin nasıl bulunacağını öğretir ve ardından bununla ilgili problemler (çoğu zaman sorular) sorar.

Fakat bu yaklaşım matematik öğretiminde her ne kadar yaygın bir şekilde kullanılıyor olsa da, öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmesinde ve akılda tutmasında etkili olamamıştır (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012).

Problem çözmeye ilişkin öğretim ise, öğretmenin öğrencilerine problem çözenin doğasından bahsetmesidir. Bu yaklaşımda problem çözme bir süreç olarak ele alınır ve amaç sadece problemi çözmek değil problemin nasıl çözüldüğüne odaklanmaktır.

Problem çözme sürecine ilişkin farklı öneriler olsa da bunlar arasında en yaygın olarak bilinen Polya'nın dört aşamalı modelidir (Charles & Lester, 1982). Polya (1997) bu süreci hüristik yaklaşım şeklinde isimlendirmiştir. Bu aşamalar her türlü probleme uygulanabilecek türdendir ve sırasıyla şunlardır; problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve değerlendirme. Bu basamaklarda yapılabilecekleri Polya'nın (1997) görüşleri ışığında şu şekilde özetleyebiliriz:

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

Problemi anlama basamağında öğretmen öğrenciden problemi kendi cümleleriyle tekrarlamasını istemelidir. Öğrenci problemde verilenleri, isteneni ve problemin şartlarını belirtebilmelidir. Ayrıca “Bunlarla cevaba ulaşmak mümkün mü? Fazla veri var mı?” sorularına açıklama getirebilmelidir. Plan yapma basamağında öğretmen, öğrencisinin iyi bir fikir bulabilmesine yardımcı olmalıdır. Bunun için de öğrencinin geçmiş deneyimlerinden yardım alınmalıdır. Daha önce çözülmüş problemler, bilinen genellemeler vs. bu basamakta çok işe yarar. Çözüme, “Bu probleme benzer bir soru hatırlıyor musun?” sorusuyla başlamak uygundur. Çözüme ulaşmakta zorlanılıyorsa, verilenlerin bir kısmını göz ardı edip geriye kalanlarla çalışmak ve çıkan sonuçları dikkate alarak yeni adımlar atmak faydalı olabilir. Öğrenci kendi muhakemesiyle veya öğretmenin yardımıyla bir plan yapabildiyse artık bu planın uygulanmasına geçilebilir. Bu aşamada öğrenci yaptıklarının mantıklı ve matematiksel olarak doğru olduğundan emin olmalıdır. Bu aşamada seçilecek yanlış stratejilerin ve yapılacak işlem hatalarının doğru sonuca götürmeyeceğini de göz ardı etmemek gerekir. Problem çözüldükten sonra çözümü tekrar kontrol etmek yani değerlendirmesini yapmak problem çözme becerisinin gelişmesine katkı sağlar. Çözüme biraz daha vakit ayırmak çözümü daha iyi hale dönüştürme şansı verebilir. Ayrıca çözümde kullanılan stratejinin makul olup olmadığı tekrar değerlendirilmeli ve olası işlem hatalarına karşı son kontroller yapılmalıdır.



## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

Yukarıda açıklanan problem çözme sürecinin derslerde uygulanması bir hayli vakit alır ve bu, derslerde çözülecek problem sayısının azalmasına neden olur. Fakat öğretmen açısından dersinde çözdüğü problemlerin sayısı değil asıl olarak çözülen problemlerin niteliği, bunların ne kadar öğretici ve muhakeme becerisini geliştirici olduğu önemsenmelidir. Ayrıca öğrencilerin bu basamakları benimsemesi de zamana bırakılmalı ve problemlerin çözümüne her zaman kısa yoldan ulaşmak yerine daha estetik, daha akıllıca çözüm yolları seçmenin de matematikte önemli olduğu fikri onlara aşılmalıdır.

Problem çözme ile öğretimde ise, soyut kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler problemler ve modeller yardımıyla öğretilir. Bu yaklaşım problem çözme için öğretimin tersi olarak düşünülebilir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012). Bu yaklaşımda problemler matematiksel bilginin öğretilmesi için bir araç olarak kullanılır. Öğretmen anlatmak istediği konuya bir problemle giriş yapar. Problem çözülürken konunun kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler, varsa genellemeler bu problem sayesinde ortaya çıkar.

Bu yaklaşımın uygulanabilmesi için öğretmenlerin ders anlatma tarzlarını değiştirmesi gerekir. Öğrencilerinin nasıl öğrendiği, onlara nasıl yol gösterebileceği hakkında öğretmen bilgi sahibi olmalıdır (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012). Öğretmen, bu yaklaşımı matematiğin hangi konularını anlatırken

kullanabileceği ve bu derslere hangi problemlerle başlayacağı kararını dikkatli bir şekilde vermelidir. Bu, sürecin uygulanması kadar dikkat edilmesi gereken bir husustur.

### **4. Matematik Dersi Öğretim Programlarında Problem Çözme**

Problem çözme becerisine ülkemizde daha önceki yıllarda uygulanmış ve hali hazırda uygulanmakta olan matematik dersi öğretim programlarında sürekli olarak yer verilmesine rağmen bu durum programdan programa farklılıklar göstermiştir.

1990 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Programı'nın genel hedeflerinde, öğrencilerin problem çözmeye yarayacak şekilde düşünme yolu geliştirebilmelerine ve matematik dersinde edindikleri bilgi ve becerileri günlük hayattaki problemleri çözmeye kullanabilmelerine değinilmiştir (MEB, 1990).

1999 yılında uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programında problem çözme becerisini geliştirmek, matematik eğitiminin en önemli hedefi olarak vurgulanmıştır. Problem çözümlerinin yanı sıra eleştirel düşünme, muhakeme etme becerilerini geliştirmek ve bilimsel metotlara göre çalışma yollarını öğretmek milli eğitimin temel hedefi olarak ifade edilmiştir. Programın genel hedefleri arasında da problem

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

çözmenin yanı sıra problem kurma da yer almıştır (MEB, 1999).

1999 yılında uygulamaya konulan öğretim programında problem çözmeye sonuca odaklanıldığı görülmektedir. Programda problemlerin çözümünde farklı stratejilerin kullanılması tavsiye edilmiş, fakat bunlar arasından en kısa yolla çözüme ulaşmanın önemine vurgu yapılmıştır. Bu dönemde öğretmenlerin derslerinde problem çözerken farklı stratejileri kullanmalarını tavsiye edilmesine rağmen bunların neler olabileceği ifade edilmemiştir.

2005 yılından itibaren uygulamaya konulan İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2009) problem çözmeye, önceki programlardan farklı olarak özel bir vurgu yapılmıştır. Bu programda, problem çözmenin matematik dersinin ayrılmaz bir parçası olduğu ifade edilerek matematik öğrenmenin, temel kavram ve becerilerin kazanılmasının yanı sıra problem çözme stratejilerini kavramayı da kapsadığı ifade edilmiştir. Programda daha önceki programlardan farklı olarak problem çözme aşamaları, problem çözerken kullanılabilecek stratejilerden bahsedilmiş ve bunların bazıları örneklerle açıklanmıştır. Ayrıca çözümde kullanılabilecek temsiller (tablo, grafik, denklem vb.) de problem çözme sürecinin bir parçası olarak ele alınmıştır.

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

2013 yılından itibaren uygulamaya konulan Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında da problem çözme merkezi bir yere sahip olmuştur. Programda, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişimine ve problem çözme stratejilerini kavramalarına vurgu yapılmıştır.

2005 ve 2013 yıllarında uygulamaya konulan öğretim programlarının her ikisinde de problem çözmenin motivasyon uyandırmak ve bir öğretim yaklaşımı olarak kullanılması tavsiye edilmiştir. Bir önceki öğretim programında problem çözme ile birlikte problem kurmaya da yönlendirme yapılmaktayken, 2013 öğretim programında problem kurma çalışmalarına yer verilmediği görülmektedir. Bu durumun bir örneğini şu iki kazanımda görebiliriz: 2005 öğretim programındaki “Doğal sayılarla işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar.” kazanımı 2013 öğretim programında “Doğal sayılarla dört işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer.” şeklinde ifade edilmiştir.

Sonuç olarak, son dönemlerde problem çözme, matematik dersi öğretim programlarında merkezi bir konuma sahip olmuştur. Derslerde problem çözerken onların sonuçlarına değil, çözüm sırasında ortaya çıkan fikirlere, tartışmalara, matematiksel genellemelere, kullanılan stratejilere odaklanılmalıdır. Bu sayede problemler yardımıyla öğretmenler, öğrencilerin, matematik öğretiminin en önemli amaçları olan muha-

keme etme, problem çözme ve soyutlama yapabilme gibi becerilerini geliştirebilirler.

### KAYNAKÇA

Charles, R., & Lester, F. (1982). Teaching Problem Solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.

D'Ambrosio, B.S. (2003). Teaching Mathematics through Problem Solving: A Historical Perspective. In H. L. Schoen R. I. Charles (Eds.), Teaching Mathematics through Problem Solving: Grades 6-12 (pp. 39-52). Reston, VA: NCTM.

Herr, T., & Johnson, K. (1994). Problem solving strategies: crossing the river with dogs. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

Hiebert, J., & Wearne, D. (2003). Developing Understanding through Problem Solving. In H. L. Schoen R. I. Charles (Eds.), Teaching Mathematics through Problem Solving: Grades 6-12 (pp. 3-13). Reston, VA: NCTM.

MEB (1990). İlköğretim Matematik Programı. İstanbul: Milli Eğitim Basım Evi.

MEB (1999). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı. İstanbul: Milli Eğitim Basım Evi.

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Milli Eğitim Basım Evi.

MEB (2013). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu. Erişim tarihi: 10 Ocak 2014, <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72>.

NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. (1997). Nasıl Çözmeli (F. Halatçı, Çev.). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Posamentier, A. S., Jaye, D., & Krulik, S. (2007). Exemplary practices for secondary math teachers. Alexandria: ASCD.

Posamentier, A. S., Smith, B. S., & Stepelman, J. (2010). Teaching secondary mathematics: Techniques and enrichment units. Boston: Allyn&Bacon.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.

Spafford, C.S., Pesce, A. J. I. and Grosser, G. S. (1998). The Cyclopedic Education Dictionary. London: Delmar Publisher.

## 2. Temel Eğitim Sempozyumu

Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles & E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22): Lawrence Erlbaum.

Van De Walle, J., Karp, K.S, Bay-Williams, J.M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği*, (S. Durmuş, Çev. Editörü). Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.