

MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ EBOB VE EKOK KAVRAMLARI HAKKINDAKİ PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİ

THE PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE OF PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS REGARDING THE CONCEPTS GCD AND LCM

Alaattin Pasmaz, Ali Rıza Küpcü

Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi

Özet

Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının en büyük ortak bölen (EBOB) ve en küçük ortak kat (EKOK) kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin tespit edilerek, “öğretmenlik uygulaması” dersinde yapılan çalışmaların bu duruma etkisi incelenmiştir. Araştırmanın örneklemini ilköğretim matematik öğretmenliği ansiklim dalında okumakta olan beş öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırma öncesinde öğretmen adaylarından EBOB ve EKOK konusuyla ilgili birer ders planı hazırlamaları istenmiştir. Ardından öğretmen adaylarıyla konuyla ilgili dört hafta süreyle ders işlenmiştir. Bu derslerde EBOB ve EKOK kavramları detaylı olarak incelenmiş ve bunların öğretiminde karşılaşılabilecek sorunlar tartışılmıştır. Bu derslerde verilen örnekler görsel modellerle de desteklenmiştir. Yapılan bu çalışmadan sonra öğretmen adaylarından tekrar ders planı hazırlamaları istenmiş ve elde edilen tüm veriler içerik analizi kullanılarak çözümlenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının EBOB ve EKOK kavramlara ilişkin kavramsal ve pedagojik bilgilerinde eksiklikler olduğunu görülmüştür. Öğretmen adaylarının bu durumu hazırladıkları ders planlarındaki örnekleri ve açıklamaları sınırlandırmıştır. Araştırma sonrasında ise öğretmenlerin EBOB ve EKOK kavramları hakkındaki pedagojik alan bilgilerinin arttığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Matematik öğretmen adayı, pedagojik alan bilgisi, EBOB, EKOK

Abstract

This research provides an analysis of the effects of ‘teaching experience courses’ on the level of ‘pedagogical content knowledge’ in prospective teachers. First, the competence of a sample of prospective mathematics teachers in pedagogical content knowledge regarding the concepts of the ‘greatest common divisor’ (GCD) and the ‘least common multiple’ (LCM) is detected, and then the influence of studying in the ‘teaching experience’ courses on such competence is analyzed. The sample consists of five prospective teachers studying in the field of mathematics teaching for middle schools. At the outset of the research, these prospective teachers have been asked to prepare a course outline on the subjects of GCD and LCM. Then, they have attended a four-week course providing for the opportunity of studying these same topics in depth and debating the problems they may encounter in teaching them. The examples given during the course have also been supported by visual modeling. At the end of the course, they have been asked to prepare another course outline, and all the data obtained have been analyzed via the method of content analysis. The research findings show that the prospective teachers have certain shortcomings in their conceptual and pedagogical grasp of the topics GCD and LCM, creating certain limitations in the range of examples and explanations they provide in the course outlines they prepared. Following this research and the four-week course, however, it is observed that their level of pedagogical content knowledge has increased.

Keywords: Prospective mathematics teacher, pedagogical content knowledge, GCD, LCM

1. GİRİŞ

Doğal sayıların çarpımsal yapısına odaklanan araştırmalar ilköğretim seviyesinden başlayıp matematik araştırmalarının yapıldığı en üst seviyeye kadar devam etmektedir (Brown, Thomas ve Toliaş, 2002). Freudenthal’a (1983) göre doğal sayılar kümesinin çarpımsal yapısını $axb=c$ eşitliğinden elde edilen sonuçlardır, bu aynı zamanda $c:b=a$ şeklinde de ifade edilebilir. Daha yüksek seviyede ise değişme, birleşme, dağılıma ve $axb=c$ ile $c:a=b$ ifadelerinin eşitliği gibi özelliklerini ve daha fazlasını içerir.

Bu ilişkilerin bir sonucu olarak ortaya çıkan EBOB ve EKOK kavramları da genellikle öğrencilerin anlamakta zorlandıkları bir konudur. Dias (2005) öğrencilerin bu kavramları sezgiden yoksun olarak ve kural temelli bir yaklaşımla algıladıklarını ifade etmektedir. En küçük ortak katın bulunmasında öğretmen adayları üç farklı yöntem kullanmaktadırlar (Brown, Thomas ve Toliaş, 2002). Bunlar şu şekilde ifade edilebilir:

Kümelerin kesişimi (listeleme): Bu metotta her sayının sırayla katları alınarak listelenir ve her iki listede de yer alan ilk sayı bulunur. Sayıların katları sırayla yazıldığı için, en küçük ortak kat açık bir şekilde bulunur.

Katları oluştur ve böl: Bu metotta bir sayının ardışık katları sırasıyla listelenir ve eş zamanlı olarak bu katların diğer sayıya bölünüp bölünmediği kontrol edilir. Bir doğal sayının katı ve böleni arasındaki ilişkiyi fark eden bir kişi en küçük ortak katı bu yöntemle kolaylıkla bulabilir.

Asal çarpanlara ayırma: A ve B sayıları asal çarpanlarının kuvvetleri şeklinde oluşturulur ve her asal çarpanın en yüksek dereceli kuvveti alınarak çarpılır.

Bu yöntemlerden birisi de *kafes* yöntemidir (Dias, 2005) ve diğerlerinden farklı olarak görsel bir yapı üzerine inşa edilmiştir.

İlk iki yöntem daha fazla işlem gerektirse de daha kullanışlıdır, diğer taraftan bu iki yöntemi sezgisel olarak anlamak diğerini anlamaktan daha kolaydır (Brown, 2002). Asal çarpanlara ayırma yöntemi en küçük ortak katı bulmak için göreceli olarak kolay bir algoritmadır. Öğrenciler bu metodu uygulamada başarılı olsalar da bu metodun nedenini açıklamada zayıf kalırlar. Öğrenciler asal çarpanlara ayrılmış şekilde verilen ifadelerle işlem yapmak için de genellikle sayıları onluk tabana çevirirler (Brown, Thomas ve Toliaş, 2002). Bunun asıl nedeni, bulmak istedikleri sonucun, sayının asal çarpanlarıyla nasıl bir ilişkisi olduğunu fark etmemiş olmaları veya kendilerine öğretilmemiş olmasıdır. Bu bağlamda öğretmenlerin, bu kavramları anlatırken yaptıkları işlemlerle buldukları sonuç arasındaki ilişkiyi net olarak ifade etmeleri gerekmektedir. Bu da ancak EBOB ve EKOK'u bulmada kullanılacak farklı yöntemlerin, farklı bakış açılarının, öğrencilere net olarak ifade edilmesiyle gerçekleştirilebilir. Anlama sürecini kolaylaştıracak etkenlerden birisi de kullanılacak olan görsel unsurlar ve onların yapısıdır. Araştırmalar göstermektedir ki problemlerin çözümünde kullanılacak olan çoklu temsiller öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilemektedir (Moseley ve Brenner, 1997; Mc Arthur vd., 1988). Tüm bunlar, öğretmenlerin bir konunun anlatılmasına yönelik bilgilerinin, yani pedagojik alan bilgilerinin iyi olmasının ne kadar önemli olduğuna işaret etmektedir.

Pedagojik alan bilgisi, bir öğrenme alanındaki konunun en uygun şekilde düzenlenmesi, en yararlı temsil biçimlerinin, en iyi benzeşimlerin, resimlemelerin, örneklerin, açıklamaların ve ispatların kısacası konuyu başkaları için daha anlaşılır kılacak temsil ve açıklamaların kullanılmasıdır (Shulman, 1986). Literatürde pedagojik alan bilgisi çeşitli bileşenlerle ifade edilmiştir. Shulman bunu öğrencinin anlaşılması bilgisi ve bir konunun öğretiminde kullanılacak öğretim stratejileri ve temsiller bilgisi ile yorumlarken Grossman bunlara ek olarak konunun öğretim amacı bilgisi ve müfredat bilgisini de eklemiştir. Bunların yanında medya, ölçme-değerlendirme, konu alan, bağlam ve pedagoji bilgisi de farklı araştırmacılar tarafından pedagojik alan bilgisinin bileşenleri olarak sayılmıştır. (Park ve Oliver, 2008). Shulman (1987) ise konu alan bilgisini pedagojik alan bilgisinden bağımsız bir bilgi alanı olarak yorumlamış ve kategorize etmiştir.

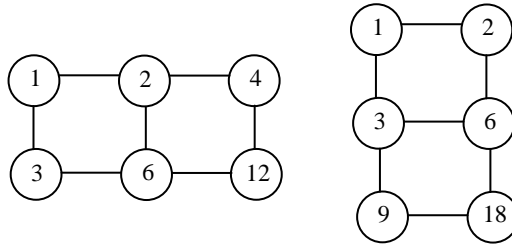
Bu araştırmada öğretmen adaylarının en büyük ortak bölen (EBOB) ve en küçük ortak kat (EKOK) kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgileri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda pedagojik alan bilgisi ile ilgili olarak bir konunun öğretimine yönelik olarak kullanılacak olan öğretim stratejileri ve temsiller bilgisi, konunun öğretim amacı bilgisi ve bunların ayrılmaz bir parçası olan konu alan bilgisi bileşenleri üzerine odaklanılmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan dersler öncesinde ve sonrasında pedagojik alan bilgileri yukarıda ifade edilen boyut çerçevesinde yorumlanacaktır.

2. YÖNTEM

Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının, EBOB ve EKOK kavramları hakkındaki pedagojik alan bilgileri tespit edilmeye çalışılmış ve bu bağlamda nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmada hem geçerliği hem de güvenilirliği etkileyen çeşitlenme yoluna gidilmiştir. Geçerliği güçlendirmek amacıyla verilerin değerlendirilmesinin hemen ardından çalışma grubuna verilerden elde edilen sonuçlar ve yorumlar gösterilerek, onların bu yorumlar hakkındaki düşünceleri alınmıştır. Bunun yanında öncelikle verilerden çıkarılan kavram ve temalar düzenlenmiş ve yorum katılmaksızın alıntılar yoluyla betimleme yapılmıştır. Güvenirliği sağlamak amacıyla, verilerin analizinde yapılmış olan kavramsallaştırma yaklaşımlarının tutarlığı için

araştırmacılar dışında bir uzmana başvurulmuştur. Araştırma sonucunda elde edilen bulgular ve yorumların ham verilerle ne kadar örtüştüğü ile ilgili olarak benzer şekilde bir uzmanın görüşü alınmış ve bu görüşler çerçevesinde gerekli işlemler yapılmıştır.

Araştırma kapsamında öğretmen adaylarıyla EBOB-EKOK konusuyla ilgili haftada bir ders saati olmak üzere dört hafta süresince ders işlenmiştir. Bu derslerin ilkinde bölen ve kat kavramları üzerine odaklanılmış ve bu kavramlarla ilgili etkinlikler hazırlanmıştır. Daha sonraki derslerde ise EBOB ve EKOK'un bulunmasında kullanılabilir farklı yöntemler örneklerle açıklanmıştır. Bu yöntemler, asal çarpanlarına bölme, asal çarpanlara ayırma, ortak bölen ve katları listeleme, kümelerin kesişimi-birleşimi ve görsel bir yöntem olan kafes modeli. Bu modelde sayılar asal çarpanlarına ayrılarak gösterilmekte daha sonra şekiller çakıştırılarak (üst üste konularak) ortak bölenlerin hangi sayılar olduğu tespit edilmekte ve bunların en büyüğü EBOB olmaktadır. Çakıştırılan bu şekildeki eksiklikler tamamlanarak ise EKOK bulunmaktadır. Örneğin aşağıda 12 ve 18 sayılarının asal çarpanlara ayrılmış hali görülmektedir. Bu şekiller çakıştırılarak iki sayının EBOB'unun 6 oluşu görülür. EKOK ise şekildeki eksik olan parçanın (sayının) tamamlanmasıyla bulunur. EKOK, 12 sayısının altında ve 18 sayısının sağında olan 36'dır.



Şekil 1: Kafes yöntemi

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu İstanbul'daki bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği anabilim dalında okumakta olan beş öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmaya katılacak öğretmen adaylarının belirlenmesinde gönüllülük esas alınmış ve çalışma grubu Öğretmenlik Uygulaması dersine katılmakta olan on öğretmen adayı arasından seçilmiştir. Öğretmen adayları için A1'den A5'e kadar kod isimler kullanılmıştır. A1 ve A2 erkek, diğerler öğretmen adayları ise bayandır.

2.2. Verilerin Toplanması ve Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplamak amacıyla doküman inceleme ve görüşme yöntemlerine başvurulmuştur. Her öğretmen adayına çalışmanın başlangıcında Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapılan ilk derste EBOB-EKOK konusuyla ilgili bir ders planı hazırlamaları istenmiştir. Sonraki hafta ise öğretmenlerin her biriyle görüşme formu yaklaşımı dikkate alınarak görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarına on tane soru sorulmuş ve soruları yazılı olarak cevaplamaları, aynı zamanda sözlü olarak düşüncelerini ifade etmeleri istenmiştir. Bu on sorudan bir tanesi öğretmen adaylarının EBOB-EKOK konusunun öğretilmesinin amacı hakkında ne düşündüklerine ait bir sorudur. Diğer bir soruda ise EBOB-EKOK kavramlarını tanımlamaları istenmiştir. Ardından sorulan soruların ikisinde iki farklı sayı verilerek bunların EBOB ve EKOK'larını bulmaları istenmiştir. Bunların hemen ardından yine aynı sayıların EBOB ve EKOK'larını farklı bir yöntem kullanarak bulmaları istenmiştir. Daha sonra asal çarpanlarına ayrılmış iki farklı sayı verilerek bu sayıların EBOB ve EKOK'larının hesaplanması istenmiştir. Son olarak ise biri EBOB biri de EKOK yardımıyla çözülebilecek iki problem sorularak bunları çözmeleri istenmiştir. Görüşmeler tamamlandıktan sonra öğretmen adaylarına konuyla ilgili haftada bir ders saati olmak üzere dört haftalık ders işlenmiştir. Bu derslerin bitiminde öğretmen adaylarından tekrar konuyla ilgili ders planı hazırlamaları istenmiştir.

2.3. Verilerin Çözümlemesi

Araştırma sonunda elde edilen veriler içerik analizi yapılarak yorumlanmıştır. İçerik analizi, elde edilen verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmak amacıyla yapılır. Burada yapılan işlem, birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirerek düzenlemek ve yorumlamaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

Öğretmen adaylarının, araştırmanın başında ve sonunda hazırlamış oldukları ders planlarında EBOB-EKOK kavramlarını nasıl tanımladıkları, konunun anlatımında kullanmış oldukları yöntem ve teknik, yapmış oldukları örnekler ve çözümleri ile değerlendirme çalışmaları için hazırladıkları sorular ve yapılan görüşmelerden elde edilen veriler içerik analizi yardımıyla kodlanarak çözümlenmiş, elde edilen temalar yorum katılmaksızın bulgular ve yorum bölümünde sunulmuştur. Bu temalar daha sonra düzenlenerek kavramsal bir yapıda açıklanmaya çalışılmıştır.

3. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde öğretmen adaylarından elde edilen veriler öncelikle yorum katılmaksızın aktarılacak ve ardından elde edilen temalar çerçevesinde yorumlanacaktır. Bu işlem yapılırken her öğretmen adayından elde edilen veriler ayrı ayrı analiz edilecektir. Bu bağlamda öncelikle öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerden elde edilen verilerin içerik analizi yapılarak konunun öğretim amacıyla ilgili bulgular aktarılacak, ardından yine görüşmelerden ve ders planlarından elde edilen verilerin analiziyle bir konunun öğretimine yönelik olarak kullanılacak olan öğretim stratejileri ve temsiller bilgisi ve konu alan bilgisine yönelik yorumlar yapılacaktır.

Öğretmen adayları EBOB-EKOK konusunun öğretim amacına yönelik olarak sorulan soruya şu şekilde cevap vermişlerdir:

Araştırmacılar (A): Sizce EBOB-EKOK kavramlarının öğretilmesinin amacı nedir?

A1: Genelde asal çarpanlar konusundan sonra anlatılan EBOB-EKOK konusu bu konunun pekiştirilmesini amaçlar. Bunları bulmanın birçok yöntemi vardır... Ayrıca problemler çözerken bunlar yine kullanılır. Bu tür problemleri çözebilmek için EBOB-EKOK öğrencilere öğretilir.

A2: EBOB ve EKOK kavramlarının öğretilmesi ile öğrenciler parçadan bütüne ya da bütünden parçaya nasıl ulaşabileceklerini öğrenirler. Genel olarak matematiğin amacına uygun olarak öğrencilerin bir problemle karşılaştıkları zaman çözüm yolları üretebilmelerini, en azından fikir yürütmelerini sağlamaktır.

A3 ve A5 bu konunun günlük yaşamda karşımıza çıkabilecek problemleri çözmede yardımcı olduğunu ifade etmişler, A4 ise bu durumun aksine konunun günlük yaşamda pek karşımıza çıkmadığını belirtmiştir.

A3: EBOB ve EKOK problemleri günlük hayatta karşımıza çıkabilecek problemlerdir. Örneğin evimizin tabanını en az sayıda fayanslarla kaplamak istiyoruz. Fayansların sayısını hesaplamak için bundan yararlanıyoruz. Ayrıca öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri kavramada ve hesap yapmada pratik kazanmalarına da yardımcı olur...

A5: Günlük hayatta kolaylık sağlar. Mesela düz bir zemine kenar boyutları bilinen karo taşlarını döşemek istiyoruz. Kaç taneye ihtiyacımız var ya da herhangi bir şeyi paylaştırmak istiyoruz...

A4: ...Günlük yaşamda pek fazla kullanılmaz. Sorulan sorularda da çocuğun günlük hayatına yönelik fazla sorular yoktur... Günlük yaşamda pek karşımıza çıkmasa da öğrenilmesi matematik konularının anlaşılmasını kolaylaştırır...

Yapılan görüşmelerde EBOB ve EKOK kavramlarını öğretmen adayları benzer şekilde tanımlamışlardır:

A: EBOB ve EKOK nedir, nasıl tanımlarsın?

A1: EBOB, en az iki sayının belli bir pozitif tamsayı bölenlerinin birbirine eşit olmasıdır. EKOK ise aynı şekilde en az iki sayının pozitif tamsayı katlarının birbirine eşit olmasıdır.

- A2: İki ya da daha çok sayısal ifadenin karşılaştırılarak elde edilen ortak bölenlerin en büyüğüne EBOB denir...
- A3: EBOB, iki ya da daha fazla sayının ortak bölenlerinden en büyük olanıdır. Ortak bölen ise her iki sayıyı da bölebilen sayılardır. Aynı şekilde iki ya da daha fazla sayının ortak katlarından en küçüğü de EKOK'dur. İki sayının bir katını aldığımızda aynı sonuca ulaşıyorsak bu sonuç iki sayının ortak katıdır.
- A4: EBOB, elimizdeki sayıların hepsini bölebilen en büyük sayıdır, EKOK ise elimizdeki sayıların hepsine bölünebilen en küçük sayıdır.
- A5: EBOB, verilen belirli sayıların hepsini birden aynı anda bölebilen sayıdır. Yani EBOB'un çeşitli katlarını alarak bize verilen sayılara ulaşabiliriz. EKOK, verilen sayıların hepsini birden bölebilen sayıların en küçük olanıdır. Yani EKOK'u bölenlerine ayırdığımızda bize verilen sayılara ulaşabiliriz.

A1 diğer öğretmen adaylarından farklı olarak EBOB'un ortak bölen olduğunu belirtmesine rağmen bu bölenin en büyük bölen olması gerektiğini ifade etmemiştir. Benzer şekilde EKOK'u tanımlarken de en küçük kat olduğunu belirtmemiştir. A5 de diğer öğretmen adaylarının değinmediği bir noktaya odaklanarak EBOB'un katlarının alınarak EBOB'u alınan sayılara ulaşabileceğini, EKOK'un bölenlerinin bulunmasıyla da EKOK'u alınan sayılara ulaşabileceğini ifade etmiştir. Bu yönüyle kavramların bölen ve kat alma ile ilişkisine değinmiştir.

Yapılan görüşmede öğretmen adaylarına sorulan sorulardan üçüncü ve dördüncüsü sırasıyla 72 ve 168'in EBOB'unu, bir diğeri ise 18 ve 60'ın EKOK'unu hesaplamaları olmuştur. Bu sorulara cevap alındıktan sonra ise beşinci ve altıncı soruda aynı sayıların EBOB ve EKOK'larını başka bir yöntem kullanarak bulmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının tamamı üçüncü ve dördüncü soruyu cevaplarırken aynı yöntemi kullanmışlardır. Bu yöntemde her iki sayı yan yana yazılmış ve en küçük asal sayıdan başlanarak iki sayı da 1 olana kadar bölünmüştür. Bu işlemin ardından her iki sayıyı aynı anda bölen asal bölenler çarpılarak bu iki sayının EKOK'u bulunmuştur. Benzer işlem EKOK için de yapılmış, bu sefer ortak olan ve olmayan bütün bölenler çarpılarak EKOK bulunmuştur.

İki sayımda ortak asal bölenlerinin çarpımına buldum.

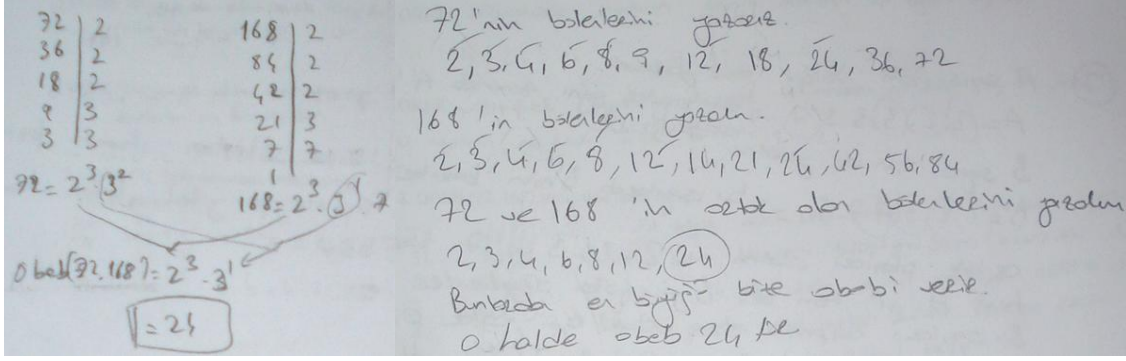
Ebob (72, 168) = 2.2.2.3 = 24

Şekil 2: A1'in üçüncü soruya verdiği cevap

Bu aşamaya kadar yazdığımız rakamların iki sayıyı da böldüğünü ifade ederiz. O yüzden sonuç $2.2.2.3 = 24$ dır diyebiliriz.

Şekil 3: A5'in üçüncü soruya verdiği cevap

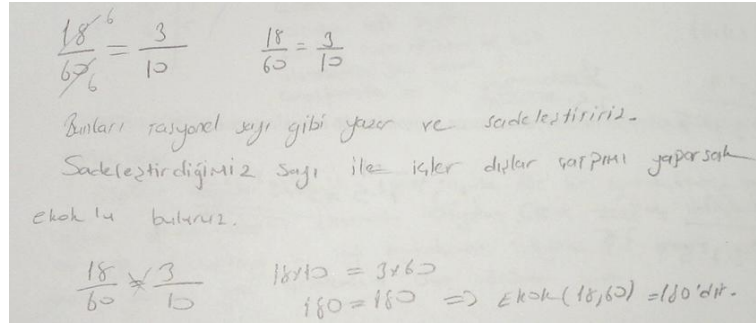
Başka bir yöntem kullanarak sonucu hesaplamaları istendiğinde ise A1 asal çarpanlara ayırma yöntemini kullanmıştır. 72 ve 168'in EBOB'unu hesaplarırken bu iki sayıyı asal çarpanlarının kuvvetleri şeklinde oluşturmuş ve ortak olan her asal çarpanın en küçük dereceli kuvvetini alarak (ortak bölenler) çarpmıştır. EKOK'u hesaplarırken ise yine sayıları asal çarpanlarının kuvvetleri şeklinde yazmış ve iki sayının birbirine eşitlenmesi (ortak bir katta buluşması) için hangi sayılarla çarpılması gerektiğini bulmaya çalışmıştır. Sonucu bulurken doğrudan asal çarpanların en yüksek dereceli kuvvetini alarak çarpmak yerine bu şekilde eşitleme yapmıştır.



Şekil 4: A1 ve A3'ün beşinci soruya verdikleri cevaplar

A4 ise beşinci soruya cevap verirken A1 gibi asal çarpanlarına ayırma yöntemini kullanmıştır. 18 ve 60 sayılarının EKOK'unu bulurken ise diğer öğretmen adaylarından farklı bir yol izlemiştir. Önce 18 ve 60'ı sadeleştirerek aralarında asal hale getirmiş ve bir orantı oluşturmuştur. Bu orantıyı içler dışlar çarpımı yaparak bir eşitliğe dönüştürmüş ve bulduğu sonucun EKOK olduğunu ifade etmiştir. Bunun açıklamasını yaparken ise şunları söylemiştir:

A4: Bunu yapmamın amacı şudur. Ben 18 veya 60'ı ne ile çarparsam ikisine de bölünebilen bir sayı bulurum. Bunun için ikisine de bölünebilen sayıları sadeleştiririm. Sadece birini bölen sayılar kalır, içler dışlar çarpımı yapınca da EKOK'u bulmuş olurum.



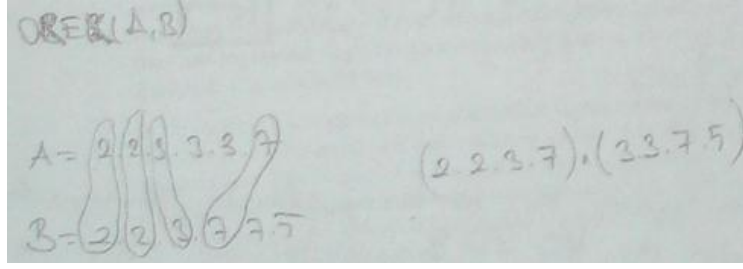
Şekil 5: A4'ün altıncı soruya verdiği cevap

A2 ve A5 ise benzer bir yöntem kullanmışlar, sayıların bölenlerini veya katlarını listelemişler ve ortak olan en büyük böleni veya en küçük katı tespit ederek soruya cevap vermişlerdir.

Tablo: Beşinci ve altıncı soruya verilen cevaplarda kullanılan yöntemler

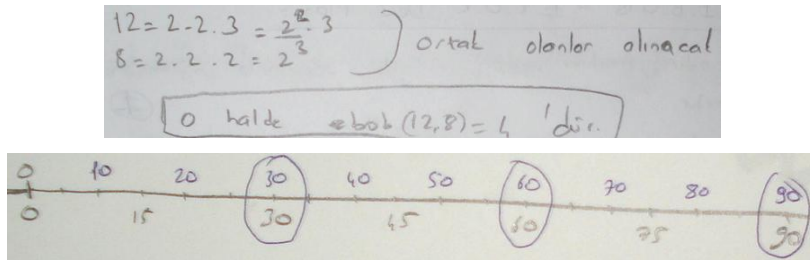
Öğretmen Adanı	EBOB sorusu (5.)	EKOK sorusu (6.)
A1	Asal çarpanlarına ayırma	Asal çarpanlarına ayırma
A2	Yok	Yok
A3	Listeleme	Listeleme
A4	Asal çarpanlarına ayırma	Aralarında asal yapma
A5	Listeleme	Listeleme

Yedinci ve sekizinci sorularda ise öğretmen adaylarına asal çarpanlarına ayrılmış $A = 2^2 \cdot 3$ ve $B = 2^2 \cdot 3$ sayıları verilerek bu sayıların EBOB ve EKOK'larını hesaplamaları istenmiştir. Genel olarak EBOB bulunurken ortak olan asal çarpanlar seçilerek çarpılmıştır. A4 bu sayıların EKOK'unu hesaplarırken daha önce kullandığı yolu kullanmış ve sayıları oranlayarak aralarında asal hale getirmiş ve bir orantı kurmuştur. A2 EBOB'u bulurken asal çarpanların kesişim kümesini, EKOK'u bulurken ise birleşim kümesini almak gerektiğini ifade etmiştir. A5 ise EKOK'u hesaplarırken ortak olan çarpanlar ile ortak olmayan çarpanları listelemiş ve bu sayıları çarpmıştır.



Şekil 6: A5'in sekizinci soruya verdiği cevap

Öğretmen adaylarının çalışma öncesinde hazırlamış oldukları ders planları (P1) ile sonrasında hazırlamış oldukları ders planlarında (P2) dikkati çeken hususlar şunlar olmuştur. A1, P1'de konuya bir soruyla başlamıştır: "Kenar uzunlukları 5 m ile 10 m olan dikdörtgen şeklindeki bir arsanın kenarlarına eşit aralıklarla ağaç dikilmek istense en az kaç ağaç dikilirdi?" Bu soruyu sorarken arsanın köşelerine de ağaç dikilmesi gerektiğini söylememesine rağmen çözümü bunu dikkate alarak yapmıştır. Daha sonra ise EBOB'un tanımını belirtmiş ve bazı örnekler vererek bunların çözümünü yapmıştır. Fakat bunları açıklarken herhangi bir yöntem kullanmadan sonucu ifade etmiştir. Benzer şekilde EKOK'u da tanımlamış ve bazı örnekler vererek bu örneklerde EKOK'un sayıların 1'i elde edene kadar asal çarpanlarına bölerek bulunacağını ifade etmiştir. A1, P2'de ise EBOB'un tanımını yaparak derse başlamış ve ardından verdiği sayısal örneklerde bu sayıların bölenlerini listelemekle EBOB'u bulmuştur. Daha sonra ise EBOB'un bulunması ile ilgili P1'de kullanmadığı, EBOB'u bulunacak sayıların 1 olana kadar asal çarpanlarına bölünmesi yöntemini açıklamıştır. Daha sonra ise bu örneklerini asal çarpanlarına ayırma yöntemi ile ilişkilendirerek bu yöntemi de açıklamıştır. A1, P2'de EKOK'u açıklarken de öncelikle tanımını vermiştir. Daha sonra yaptığı örnekte 10 ve 15 sayılarının EKOK'unu bulurken, sayıların katlarını listelemiş ve bunları bir sayı doğrusu üzerinde göstererek EKOK'u hesaplamıştır. EKOK'un bulunması için kullandığı yöntem de sayıların 1 olana kadar asal çarpanlarına bölünmesi olmuştur.



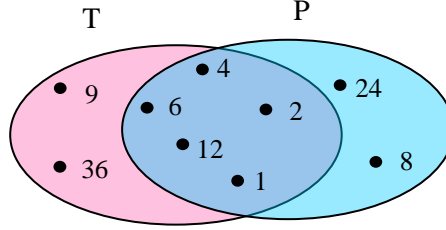
Şekil 7: A1'in EBOB'un ve EKOK'un bulunuşu ile ilgili kullandığı yöntemler

A2, P1'de konuya bir soru ile başlamıştır. "Kenar uzunlukları 3 cm ve 5 cm olan dikdörtgen şeklindeki yapboz parçalarını bir araya getirerek bir kare elde etmek istiyoruz. Bunun için en az kaç tane yapboz parçası gereklidir?" Daha sonra soruyu açıklayarak çözmüş ve EKOK tanımını yapmıştır. EKOK'un bulunmasıyla ilgili olarak da A1'in kullandığı yöntemi kullanmıştır.

A3 de A2 gibi, P1'de derse bir soru ile başlamıştır fakat bu sorunun EBOB-EKOK konusuyla doğrudan bir ilişkisi yoktur. "Sınıfımızın tabanını kenar uzunluğu 20 cm olan fayanslarla kaplamak istersek kaç tane fayans kullanacağımızı bulabilir miyiz?" Ardından bir sayının asal çarpanlarına ayrılmasına yönelik çarpan ağacı adını verdiği örnek yapmıştır. Bu örneği EBOB-EKOK konularında kullanacağımız işlemlere giriş yapmış olmak için yaptığını belirtmiştir. Problemlerin çözümüne yardımcı olması için "Küçük parçalardan büyük parçalar elde etmek istediğimizde EKOK'u, büyük parçaları küçük parçalara ayırmak istediğimizde ise EBOB'u bulmamız gerekir." şeklinde bir genelleme yapmıştır. Verdiği örnekte EBOB'u bulurken sayıları asal çarpanlarına ayırmış ve ortak olan bölenleri işaretleyerek çarpmıştır. EKOK'u bulurken ise sayıların katlarını almış ve ortak olan katları işaretleyerek en küçükünü seçmiştir.

A3, hazırlamış olduğu P2'de konuya giriş yapmadan önce bir sayının asal çarpanlarına ayrılmasına yönelik örnekler yapmış ve bir sayının bölenleri ve katlarını EBOB ve EKOK ile ilişkilendirmiş ve P1'de kullanmadığı farklı yöntemleri de kullanmıştır. Örneğin EBOB'u anlatırken

listeleme yöntemini kullanmış bir sonraki örneğinde ise listelemenin sonucunu Venn şeması çizerek kesişim kümesi ile ilişkilendirmiştir. A3, “Bir satıcının elinde 36 kg ve 24 kg’lık iki torba un vardır. Satıcı torbalardaki unları eşit miktarlarda un alan paketler kullanarak paketlemek istemektedir. Paketlere koyabileceği olası pirinç miktarı nedir? En az sayıda paket kullanması için kaç kg lık paket seçmelidir?” sorusunun cevaplarken kullandığı Venn şeması Şekil 8’de gösterilmiştir.



Şekil 8: A3’ün kullanmış olduğu Venn şeması örneği

A4, P1’e EBOB ve EKOK kavramlarının tanımını yaparak başlamış, daha sonra EBOB ve EKOK’un bulunmasında kullanılacak yöntemi tarif etmiştir. Bu yöntem daha önce öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmede sorulan soruya verdikleri cevapta kullandıkları yöntem olmuştur. A4, P2’de EBOB ve EKOK kavramlarını sayıların çarpanları ve katlarıyla ilişkilendirerek açıklama yoluna gitmiştir. Ve farklı yöntemler kullanarak hem EBOB’un hem de EKOK’un nasıl bulunacağını açıklamıştır. Bu yöntemler; listeleme, asal çarpanlara ayırma ve sayıların asal çarpanlarına bölünmesidir.

A5 hazırlamış olduğu P1’de konuya şu soruyu sorarak giriş yapmıştır: “12, 24, 36 sayılarının arasında nasıl bir ilişki, ne gibi benzerlikler vardır?” Daha sonra bu sayıların 1, 2, 3, 4... gibi ortak bölenlerinin olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra birkaç örnek daha yapmış ve bu örneklerde EBOB’un nasıl bulunacağını göstermiştir. Kullandığı yöntemde her iki sayıyı yan yana yazmış ve en küçük asal sayıdan başlayarak iki sayıyı da 1’i elde edene kadar bölmüştür. Daha sonra ortak olan bölenleri çarparak EBOB’u hesaplamıştır. Benzer yöntemi EKOK’un bulunmasını anlatırken de kullanmıştır.

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın sonucunda öğretmen adaylarının EBOB ve EKOK konusunu belirli adımlara sahip bir işlem gibi algıladıkları ve kural temelli bir yaklaşımla soruları çözdükleri, ders planı hazırladıkları görülmüştür. Öğretmen adayları çalışma öncesindeki görüşmelerde ve hazırlamış oldukları ders planında (P1) EBOB ve EKOK kavramlarını tanımlarken sadece ortak bölen ve ortak kat kavramlarına vurgu yapmışlardır. Halbuki bu kavramların temelinde bölen ve çarpan ilişkisi yer almaktadır ve bu durumla ilişkilendirme öğretmen adaylarının neredeyse tamamı tarafından ihmal edilmiştir. A5, EBOB ve EKOK’un kat ve bölenlerle olan ilişkisine dikkat çeken tek kişi olmuştur.

Öğretmen adaylarının tamamı çalışma öncesinde yapılan görüşmede sorulan üçüncü ve dördüncü soruya verdikleri cevaplarda aynı yöntemi kullanmışlardır. Bu yöntemde her iki sayı yan yana yazılmakta ve iki sayı, en küçük asal sayıdan başlanarak 1 elde edilene kadar bölünmektedir. Bu işlemin ardından her iki sayıyı aynı anda bölen asal sayılar çarpılarak bu iki sayının EBOB’u, ortak olan ve olmayan bütün asal sayılar çarpılarak da EKOK’u bulunmaktadır. Bu, ders kitaplarında da ilk olarak kullanılmakta olan yöntem olarak dikkat çekmektedir. Yine öğretmen adayları tarafından hazırlanmış olan P1’lerde EBOB ve EKOK kavramları ya tanımlanarak ya da bir örnek üzerinden yola çıkılarak açıklanmıştır ve kullanılan yöntem genellikle yukarıda ifade edilen yöntem olmuştur. Bu durum öğretmen adaylarının işlem, süreç ve amaç arasında bağlantı kurmayı (Brown, Thomas ve Toliaş, 2002; Dias, 2005) ihmal ettiklerini göstermektedir.

Öğretmenler nasıl bir eğitim almışlarsa, benzer yollarla öğretmeye meyillidirler (Thompson, 1992) görüşünün aslında öğretmen adayları için de geçerli olduğu söylenebilir. Çalışma grubundaki öğretmen adayları da öğrencilik döneminde öğrenmiş oldukları yöntemin etkisinde kalarak ders planı hazırlamış ve soruları çözmüşlerdir. Ancak kendilerinden soruları farklı bir yöntem kullanarak çözmeleri istendiğinde değişik çözüm yöntemlerine yönelmişlerdir. İkinci bir yöntem olarak en çok tercih edilen listeleme ve asal çarpanlarına ayırma olmuştur.

Benzer şekilde öğretmen adayları tarafından çalışma öncesinde EBOB ve EKOK'un hesaplanmasında hiç tercih edilmemiş bir yöntem olan asal çarpanlara ayırma yöntemi, çalışma sonrası hazırlanan ders planlarında kullanılmıştır. Bu yöntemin asıl hedefi öğrencilere basit bir süreci öğretmek değil sayıların asal çarpanlarıyla olan ilişkisini kavratmaya yönelmektir. Böylelikle öğrenciler daha süreci kullanan değil işleyen bir bakış açısına sahip olurlar (Brown, Thomas ve Toliaş, 2002).

Çalışma öncesinde öğretmen adaylarından elde edilen verilerde görsel temsiller hiç kullanılmadığı görülmüştür. Farklı temsil biçimlerinin kullanılması matematiksel kavramları anlama, yorumlama ve ilişkilendirmeye yardımcı olan bir araç olarak görülmelidir (Greeno ve Hall, 1997). Çalışma sonrasında ise bazı öğretmen adayları tarafından, temelinde çarpan ve kat kavramları olan sayı doğrusu, Venn şeması gibi temsil biçimleri kullanılmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının çalışma öncesinde EBOB ve EKOK'u rutin bir matematiksel işlem olarak gördüklerine, sonrasında ise farklı görsel unsurların kullanılmasıyla daha etkili bir öğretim yapılacağını düşündüklerine işaret etmektedir.

5. KAYNAKLAR

- Brown, A., Thomas K. ve Toliaş, G. (2002). Conceptions of divisibility: Success and understanding. S. Campbell ve R. Zazkis (Der.), Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction (41-82). Westport: Ablex publishing.
- Brown, A., (2002). Patterns of thought and prime factorization. S. Campbell ve R. Zazkis (Der.), Learning and teaching number theory: Research in cognition and instruction (131-137). Westport: Ablex publishing.
- Dias, A. (2005). Using lattice models to determine Greatest Common Factor and Least Common Multiple. International Journal for Mathematics Teaching and Learning. www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/dias.pdf
- Freudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht: Reidel.
- Greeno, J.G., & Hall, R.P. (1997). Practicing representation. Phi Delta Kappa, (78)5, 361-367.
- McArthur, D., Burdorf, C, Ormseth, T; Robyn, A., & Stasz, C. (1988). Multiple representations of mathematical reasoning. A RAND Note. (ERIC Document Reproduction Service No. ED300234)
- Moseley, B. ve Brenner, M.E. (1997). Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparison of variable usage with graphic and text based problems. (ERIC Document Reproduction Service No. ED413184)
- Park, S. ve Oliver, J.S. (2008). Revisiting the conceptualisation of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. Research in Science Education, 38, 261-284.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Mcmillan.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.



Hacettepe Üniversitesi
Azerbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi



**Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve
Sorunları Sempozyumu II**

Bildiriler Kitabı

16–18 Mayıs 2010
Hacettepe Üniversitesi, Beytepe-ANKARA