İKİ BOYUTTA HAREKET

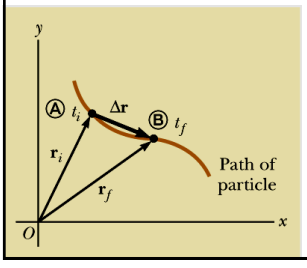
- Sabit ivmeli iki boyutlu hareket
- Eğik atış hareketi
- Düzgün dairesel hareket

Bir düzlemde yerdeğiştirme

Şekildeki gibi hareket eden bir parçacık için t_i ve t_f zaman aralığındaki yerdeğiştirme vektörü:

$$\Delta\vec{r} \equiv \vec{r}_f - \vec{r}_i \quad (1)$$ (Yerdeğiştirme)

i indisi **ilk** (initial)
f indisi **son** (final) anlamındadır

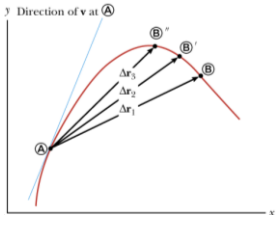


Ortalama Hız

Ortalama hız, bir parçacığın $\Delta\mathbf{r}$ yerdeğiştirmesinin, geçen Δt zaman aralığına oranıdır:

$$\Delta\bar{\vec{v}} \equiv \bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (2)$$

Burada $\Delta t = t_s - t_i$

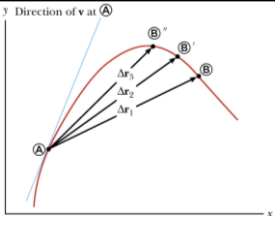


➢Ortalama hız, yerdeğiştirme vektörünün doğrultusundadır.

➢Baseball da topa vuran kişi başladığı yere koşarak geri dönünce ortalama hızı sıfırdır.

Ani Hız

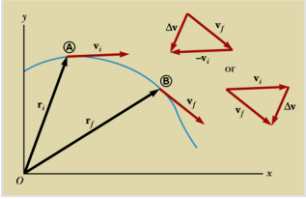
$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{pmatrix} \quad (3)$$



Ani hız vektörünün büyüklüğüne $v \equiv |\vec{v}|$ **sürat** (skaler) diyoruz.

Ortalama İvme

$$\vec{\bar{a}} \equiv \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (4)$$



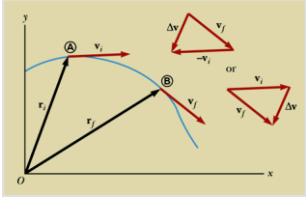
Ortalama ivme: Bir noktadan diğerine hareket ederken $\Delta\mathbf{v}$ ani hız vektöründeki değişimin Δt geçen zamana oranı olarak tanımlanır.

Değişim yönde ve büyüklükte olur.!

İvme, $\mathbf{\Delta v}$ hızındaki değişim boyuncadır**!**

Ani İvme

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \begin{pmatrix} dv_x/dt \\ dv_y/dt \\ dv_z/dt \end{pmatrix} \quad (5)$$



Ani ivme, hız vektörünün zamana göre türevidir.

İKİ BOYUTTA **SABİT İVMELİ** HAREKET

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

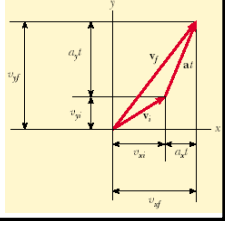
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}}$$

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \qquad v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$\vec{v}_s = (\vec{v}_{xi} + \vec{a}_x t)\mathrm{i} + (\vec{v}_{yi} + \vec{a}_y t)\mathrm{j}$$
$$\vec{v}_s = (\vec{v}_{xi}\mathrm{i} + \vec{v}_{yi}\mathrm{j}) + (\vec{a}_x\mathrm{i} + \vec{a}_y\mathrm{j})t$$

$$\vec{v}_s = \vec{v}_i + \vec{a}t$$



İki-boyutta sabit ivmeli hareket (yer vektörü):

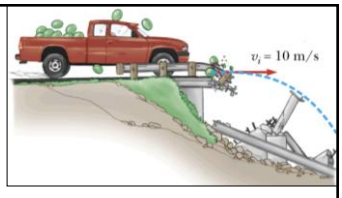
$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_s = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

$$r_s = (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2)\mathbf{i} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2)\mathbf{j}$$
$$= (x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j}) + (v_{xi}\mathbf{i} + v_{yi}\mathbf{j})t + \tfrac{1}{2}(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t^2$$

$$\vec{r}_s = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

ÖRNEK:

Karpuz yüklü bir kamyonet, ani fren yapıyor ve bazı karpuzlar dışarı fırlıyor. Biri yatay doğrultuda v_i= 10m/s ilk hızla kenardan uçuyor.

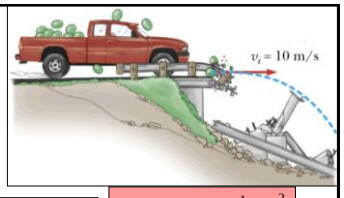


(a) Herhangi bir anda hızın x- ve y-bileşenlerini ve herhangi bir an için toplam hızı belirleyin.

(b) Karpuzun t = 5.00 s deki hızını ve süratini hesaplayın.

(c) Karpuzun herhangi bir t zamanı için x- ve y-koordinatlarını ve herhangi bir t zamanı için konum vektörü **r** 'yi bulunuz.

Çözüm



$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$
$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$
$$v_{xi} = v_i = 10 m/s$$
$$a_x = 0$$
$$v_{yi} = 0$$
$$a_y = -g$$
$$v_{xs} = v_i = 10 \text{ m/s}$$
$$v_{ys} = -gt$$
$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$$
$$\vec{v} = v_i \hat{i} - gt\hat{j}$$
$$\vec{v} = 10\hat{i} - 10t\hat{j}$$

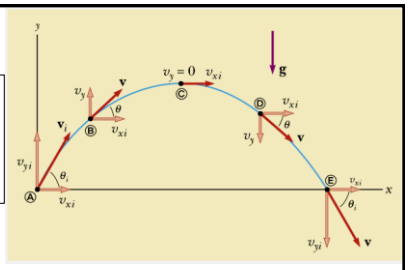
$$t = 5 \text{ s}$$
$$\vec{v} = 10\hat{i} - 50\hat{j}$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{10^2 + (-50)^2}$$
$$|\vec{v}| = 51 \text{ m/s}$$

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$
$$x_s = v_i t$$
$$y_s = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$
$$y_s = -\tfrac{1}{2}gt^2$$
$$\vec{r}_s = x_s\hat{i} + y_s\hat{j}$$
$$\vec{r}_s = v_i t\hat{i} - \tfrac{1}{2}gt^2\hat{j}$$
$$\vec{r}_s = 10t\hat{i} - 5t^2\hat{j}$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

İki varsayım:

1. Yerçekimi ivmesi **g** hareket süresince sabit ve aşağı yönelik.
2. Hava direncinin etkisi ihmal ediliyor.

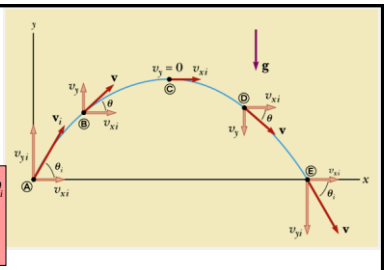


- ✓ Eğik atılan cismin yolu bir paraboldür
- ✓ Cisim orijinden v_i başlangıç hızıyla, θ_i açısında atılıyor.
- ✓ Hız vektörü zamanla hem doğrultu hem de büyüklük olarak değişiyor.
- ✓ y-yönündeki (dikey) ivme yerçekimi ivmesidir.
- ✓ x-yönündeki (yatay) ivme yoktur; bu nedenle hızın x-bileşeni zamana göre sabittir.

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

$0<\theta_i<\pi/2 \Rightarrow$ atış açısı
$a_x=0$
$a_y=-g$
$x_i=y_i=0$

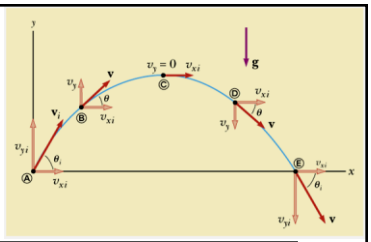
$$\cos\theta_i = \frac{v_{xi}}{v_i} \quad \Rightarrow \quad v_{xi} = v_i \cos\theta_i$$
$$\sin\theta_i = \frac{v_{yi}}{v_i} \quad \Rightarrow \quad v_{yi} = v_i \sin\theta_i$$



Sabit ivmeli bir parçacığın x ve y koordinatlarını kullanırsak; konumun yatay ve dikey bileşenlerini elde ederiz

$$x_s = v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t \qquad (x_i = 0, a_x = 0)$$
$$y_s = v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin\theta_i)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (y_i = 0, a_y = -g)$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ



x_s den t yi çeker ve y_s de yerine yazarsak

$$t = \frac{x_s}{v_i \cos\theta_i} \qquad y = (\tan\theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta_i}\right)x^2$$

Herhangi (x,y) için geçerli olduğundan indisler atıldı. Bu ifade $y=ax-bx^2$ biçimli bir parabol denklemidir. Yani eğik atılan bir cismin izlediği yol paraboldur. Eğik atış yapan bir cismin konum vektörünü $r_i=0$ ve a=g alarak yazabiliriz:

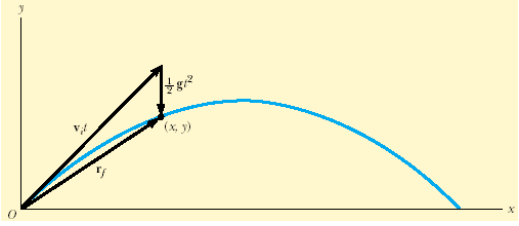
$$\vec{r}_s = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{r} = \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{g}t^2$$

EĞİK ATIŞ HAREKETİ

$$\vec{r} = \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{g}t^2$$

Konum vektörü ifadesinin grafiği

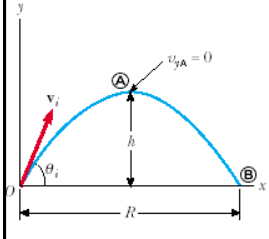


Eğik atış hareketi iki hareketin üst-üste binmesidir:
(1) Yatay doğrultuda sabit hızla hareket
(2) Düşey doğrultuda serbest-düşme hareketi

Yatay hareket ve dikey hareket birbirlerinden bağımsızdır; yani bir hareket diğerini etkilemez.

EĞİK ATIŞTA MAKSİMUM YÜKSEKLİK

v_i ilk hızıyla $t_i=0$ da orijinden atılan bir cismi inceleyelim. R cismin menzili, h maksimum yükseklik ise cismin maksimum yükseklik h 'yı; v_i, θ_i ve g cinsinden bulalım.



Daha önce yazdığımız hız vektörünün y-bileşenini kullanırsak:

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

A noktasında;

$$0 = v_i \sin\theta_i - g t_A$$
$$t_A = \frac{v_i \sin\theta_i}{g}$$

Bu ifadeyi daha öce yazdığımız sabit ivmeli parçacık için y-koordinatı

$$y_s = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 \qquad (y_i = 0)$$

da yerine yazarsak;

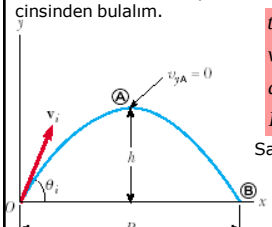
$$h = (v_i \sin\theta_i)\frac{v_i \sin\theta_i}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_i \sin\theta_i}{g}\right)^2$$

Eğik atışta maksimum yükseklik

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g}$$

EĞİK ATIŞTA CİSMİN MENZİLİ

v_i ilk hızıyla $t_i=0$ da orijinden atılan bir cismi inceleyelim. R cismin menzili, h maksimum yükseklik ise cismin menzili R 'yi; v_i, θ_i ve g cinsinden bulalım.



$$t_B = 2t_A$$
$$v_{xi} = v_{xB} = v_i \cos\theta_i$$
$$a_x = 0$$
$$R \equiv x_B$$

Sabit ivmeli parçacığın x-koordinatından:

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2$$

$$R = v_{xi}t_B = (v_i \cos\theta_i)2t_A = (v_i \cos\theta_i)\frac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ özdeşliğinden

eğik atışta menzil:

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

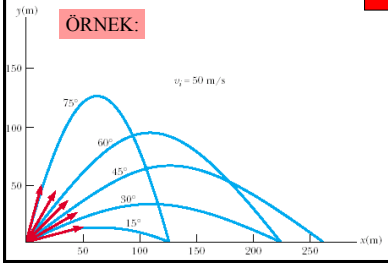
EĞİK ATIŞTA MAKSİMUM MENZİL

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

R_{maks} için θ_i=45° olduğunda $\sin 2\theta_i$=1 olur.

$$R_{maks} = \frac{v_i^2}{g}$$

ÖRNEK:



Şekilde, belli bir hızla (v_i=50 m/s) farklı açılarda atılan bir cismin aldığı değişik yollar görünüyor.

Bir savaş gemisi düşman gemilerine aynı anda 2 bomba atıyor.

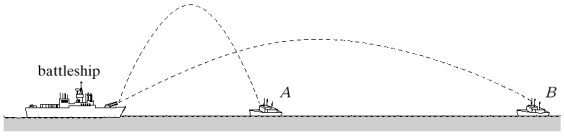
Bombalar gösterildiği gibi parabolik yol izlerlerse, önce hangi gemi vurulur?

1) A.

2) B.

3) Her ikisi aynı anda.

4) Daha fazla bilgi gerekir.

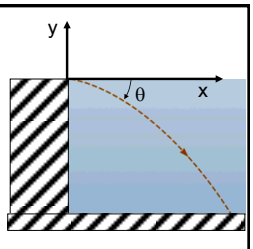


ÖRNEK:

125 m yüksekteki bir kuleden bir cisim yatay olarak 30 m/ s hızla atılıyor.

a) Cisim kaç sn de yere düşer

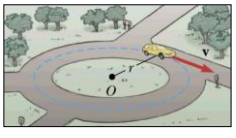
b) Atıldığı noktanın düşeyinden kaç m ileride yere düşer?

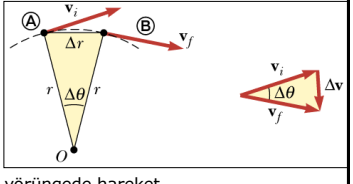


(a) t=5 s

(b) x=150 m

DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

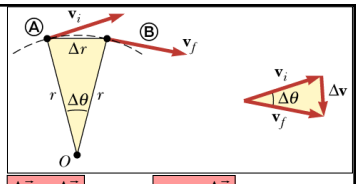




→ Sabit hızda dairesel bir yörüngede hareket.

- Hız değişiyor!!, bu nedenle bir ivme var.
- Araba t_i zamanında v_i hızında (A noktası)
- Araba t_s zamanında v_s hızında (B noktası)
- Sürat = hızın büyüklüğü = v_i = v_s = v
- Ancak hızlar farklı $\vec{v}_i \neq \vec{v}_s$ çünkü yönleri farklı (vektör!)
- İvme hıza diktir.

DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET



Ortalama ivme: (sıfır değil)

$$\bar{a} = \frac{\vec{v}_s - \vec{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Üçgenlerin benzerliğinden $\frac{\Delta\vec{v}}{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{r}$ ya da $\Delta\vec{v} = \frac{v\Delta\vec{r}}{r}$ olur.

İvmede yerine yazılırsa ortalama ivme: $\bar{a} = \frac{v\,\Delta\vec{r}}{r\,\Delta t}$

A ve B noktaları birbirine çok yaklaşırsa $\Delta t \to 0$ ve $v \to \frac{\Delta r}{\Delta t}$ olacağından buradan ivmenin büyüklüğü:

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \text{(Merkezcil ivme)}$$

Periyot: $T = \frac{2\pi \times r}{v}$

Burada r yarıçap, *v* sürat, r radyal (merkezcil) doğrultudur. Merkezcil ivme dairenin merkezine doğrudur.

Santrifüj, genellikle elektrikli bir motor yardımıyla sabit eksenli, dairesel dönme hareketi gerçekleştiren bir laboratuvar aletidir.

Santrifüj aletinin yüksek devir sayısı, içerisine yerleştirilen karışımların çökelme prensibine göre ayrılmasını sağlar. Ağır parçalar merkezkaç kuvveti yardımıyla tüpün alt kısmında toplanır (dairesel harekette dışarı doğru gider). Aynı mantıkla daha hafif parçalar tüpün üst kısmına doğru hareket eder (dairesel hareketin merkezine doğru yol alır). Süspansiyonlar veya emülsiyonlar bu sekilde kolaylıkla ayrılabilir. Örneğin kan, en üst kısmında serum, orta kısımda yağ, alt kısımda ise pıhtı kalacak şekilde ayrıştırabilir.

Sedimentasyon Denge Yöntemi

Uzun süre santrifüje işlemi yapılan farklı parçacıklar, yoğunlukları ile orantılı bir merkezkaç kuvvetin etkisi altında bulunduklarından parçacıkların potansiyel enerjileri minimum olacak şekilde yoğunluklarına göre tabakalar halinde konumlanabilirler. Bu durum tıpta ve eczacılıkta mikro organizmaları birbirinden ayırmada ve moleküllerin kütlelerinin belirlenmesinde kullanılır.

Ayrıca özel geliştirilen ultrasantrifüj mikroskobu ile sedimentasyon dengesi sağlanmış mikroorganizmalar incelenebilmektedir.