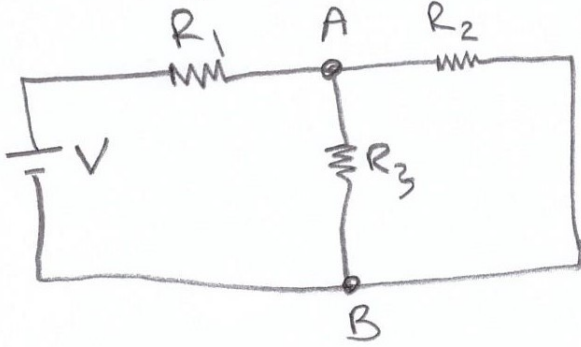


DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

Bir devrede üç ya da daha fazla elemanın birleştiği noktaya düğüm noktası denilir.



A ve B noktaları düğüm noktalarıdır.

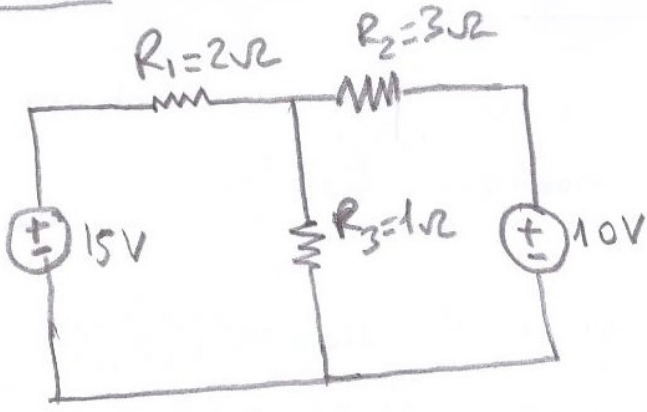
A noktasında R_1, R_2 ve R_3
B noktasında R_2, R_3 ve üreteç uçları biraraya gelmektedir.

Düğüm gerilimleri yönteminde, düğümlerden biri referans noktası olarak seçilip, potansiyeli sıfır alınır. Diğer düğümlerin gerilimleri bu referans düğüme göre hesap edilir.

Düğüm Gerilimleri Yönteminin Bize Sağladığı Avantaj

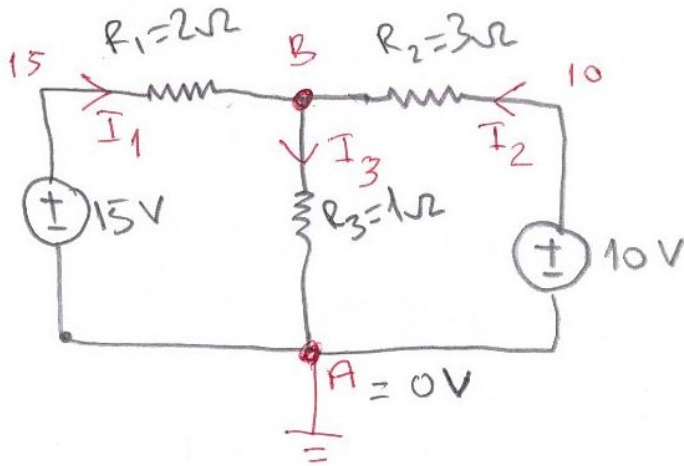
Kirchoff gerilim yasasını kapalı bir devre parçasına ihtiyaç kalmadan referans noktası ve diğer bir düğüm noktası arasında yazmak.

Örnek



Şekildeki devrede dirençlerden geçen akımları, düğüm gerilimleri yöntemi ile bulunuz.

Çözüm : i) Düğüm noktaları bulunur. Bir tanesi referans düğüm olarak seçilir.



A, B düğüm noktaları, A'yı referans olarak seçelim.

ii) Akımları devre üzerinde gösterelim.
(Yukarıda gösterdik.)

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (\text{Kirchhoff Akım Yasası})$$

iii) B noktasının potansiyeli V_B olsun.

$$15 - 2I_1 = V_B$$

$$10 - 3I_2 = V_B$$

$$I_3 \cdot 1 = V_B$$

Devre parçaları için

$$V_{ilk} - \sum_i i \cdot R_i = V_{son} \text{ denklemini}$$

kur.

$$V_{ilk \text{ nokta}} - \sum I \cdot R = V_{son \text{ nokta}}$$

!!!
Akım yönünde gitmemiz gerekiyor.

$$I_1 = \frac{15 - V_B}{2}, \quad I_2 = \frac{10 - V_B}{3}, \quad I_3 = V_B$$

$I_1 + I_2 = I_3$ denkleminde yerlerine yazalım.

$$\frac{15 - V_B}{2} + \frac{10 - V_B}{3} = V_B \Rightarrow 45 - 3V_B + 20 - 2V_B = 6V_B$$

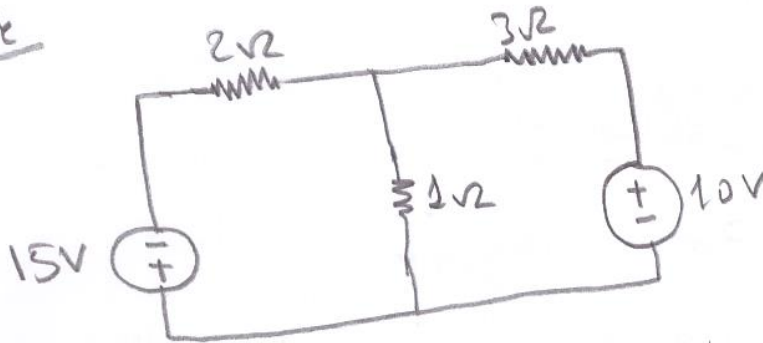
$$65 = 11V_B \Rightarrow V_B = \frac{65}{11} \text{ V} = 5,9 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{15 - 5,9}{2} = 4,55 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{10 - 5,9}{3} = 1,36 \text{ A}$$

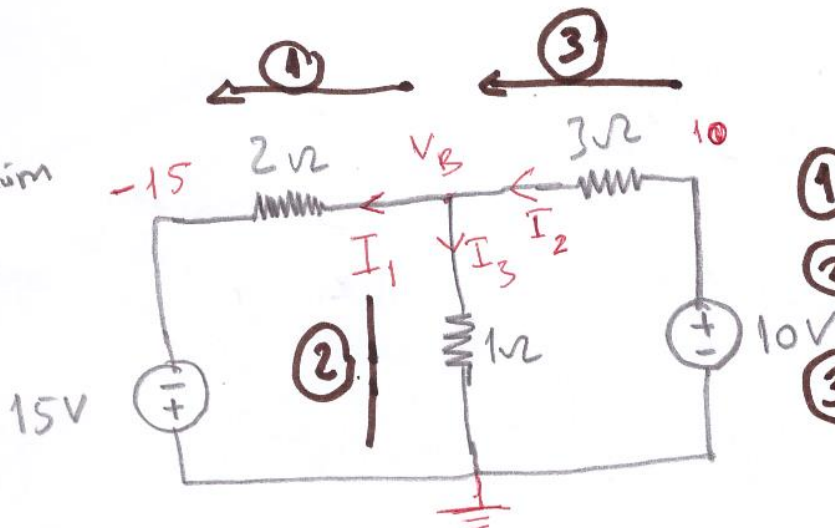
$$I_3 = 5,9 \text{ A}$$

Örnek



Yukarıdaki soruda üreteçlerden biri ters çevrildiğinde dirençlerin üzerinden geçen akımları bulunuz.

Gözüm



$$\textcircled{1} \rightarrow V_B - 2I_1 = -15$$

$$\textcircled{2} \rightarrow I_3 \cdot 1 = V_B$$

$$\textcircled{3} \rightarrow 10 - 3I_2 = V_B$$

$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$V_B - 2I_1 = -15 \Rightarrow I_1 = \frac{V_B + 15}{2}$$

$$I_3 = V_B$$

$$10 - 3I_2 = V_B \Rightarrow I_2 = \frac{10 - V_B}{3}$$

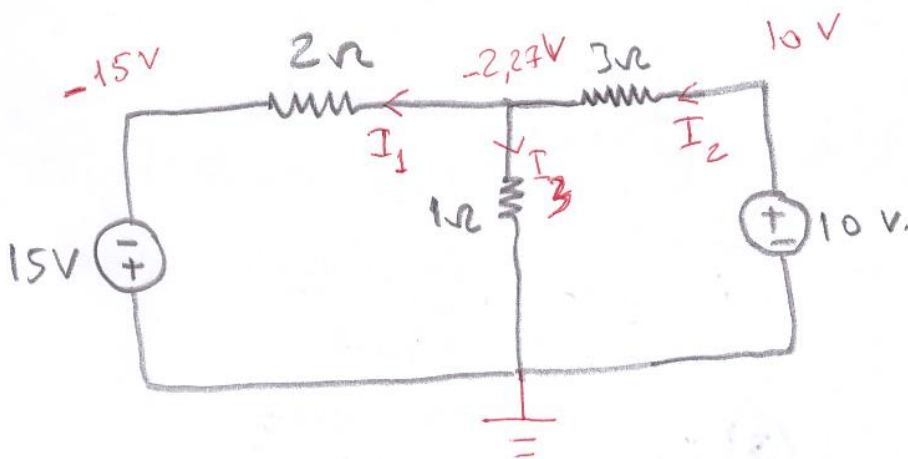
$$I_2 = I_1 + I_3$$

$$\frac{10 - V_B}{3} = \frac{V_B + 15}{2} + V_B$$

$$\frac{20 - 2V_B}{6} = \frac{3V_B + 45}{6} + \frac{6V_B}{6}$$

$$-25 = 11V_B$$

$$V_B = -\frac{25}{11} = -2,27 \text{ V}$$



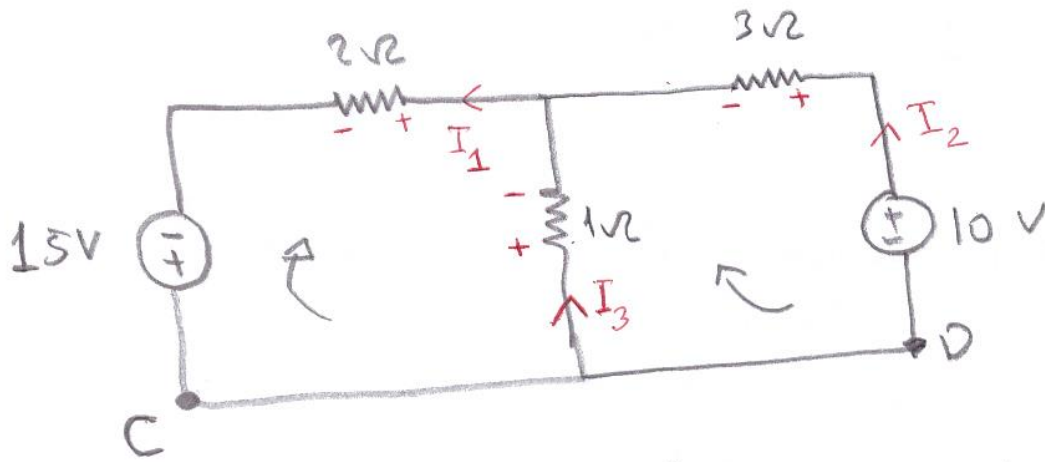
$$I_1 = \frac{-2,27 + 15}{2} = 6,36 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{10 - (-2,27)}{3} = 4,09 \text{ A}$$

$$I_3 = -2,27 \text{ A}$$

I_3 (-) işaretli çıktı. Demek ki kabul ettiğimiz yönün zıt istikametinde akıyormuş.

Soru: Bir önceki soruyu bir de Kirchoff yasalarını kullanarak çözünüz.



$$15 - 2I_1 - I_3 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{C noktasından, saat} \\ \text{yönünde giderek sol devre} \\ \text{parçası için yazılan K.G.Y.} \end{array} \right)$$

$$I_3 \cdot 1 - 3I_2 + 10 = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{D noktasından, saat yönünde} \\ \text{K.G.Y.} \end{array} \right)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (\text{ilk denklemden yerine yazalım})$$

$$15 - 2(I_2 + I_3) - I_3 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 2I_2 + 3I_3 = 15 \\ -3I_2 + I_3 = -10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6I_2 + 9I_3 = 45 \\ -6I_2 + 2I_3 = -20 \end{array}$$

$$11I_3 = 25$$

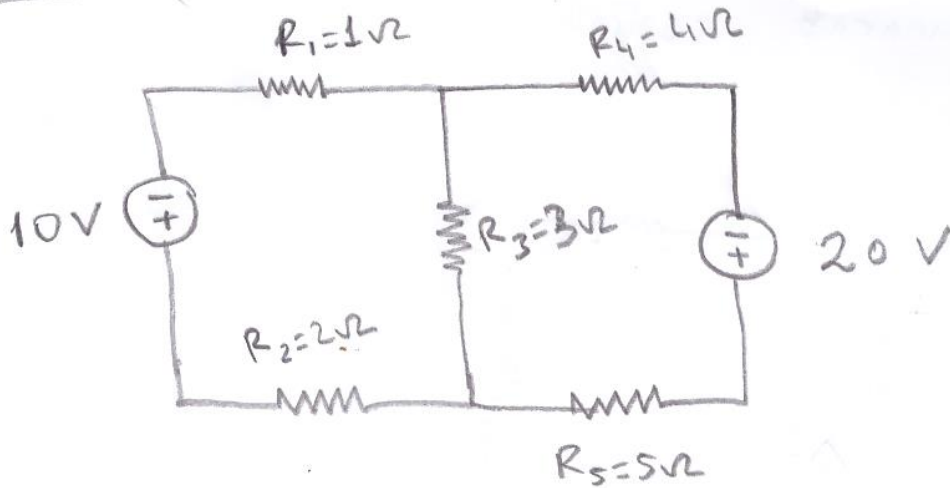
$$I_3 = \frac{25}{11} = \underline{\underline{2,27 \text{ A}}}$$

$$I_2 = \frac{15 - 3 \cdot 2,27}{2} = 4,09 \text{ A}$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 6,36 \text{ A}$$

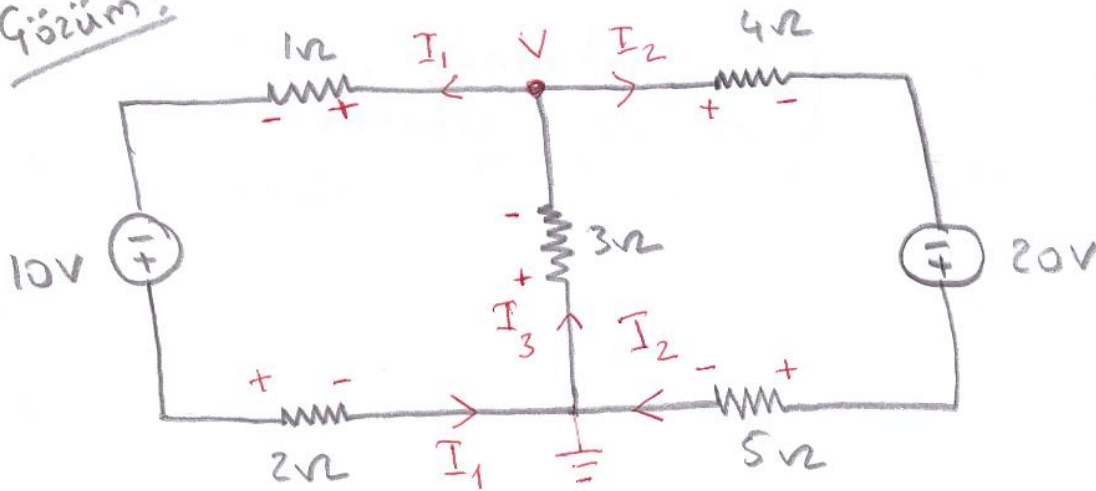
Örnek

İPTAL



Şekildeki
devreyi
D.G.Y ile
çözüünüz.

Gözüm:



$$V - 1 \cdot I_1 + 10 - 2I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{V+10}{3}$$

$$0 - 3I_3 = V \Rightarrow I_3 = -\frac{V}{3}$$

$$V - 4I_2 + 20 - 5I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{V+20}{9}$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$\frac{V+10}{3} + \frac{V+20}{9} = -\frac{V}{3}$$

$$3V + 30 + V + 20 = -3V$$

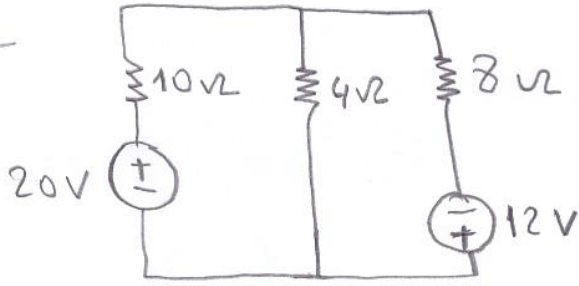
$$7V = -50$$

$$V = -\frac{50}{7} \text{ V.İt}$$

$$I_2 = \frac{-\frac{50}{7} + 20}{9} = 1,43 \text{ A}$$

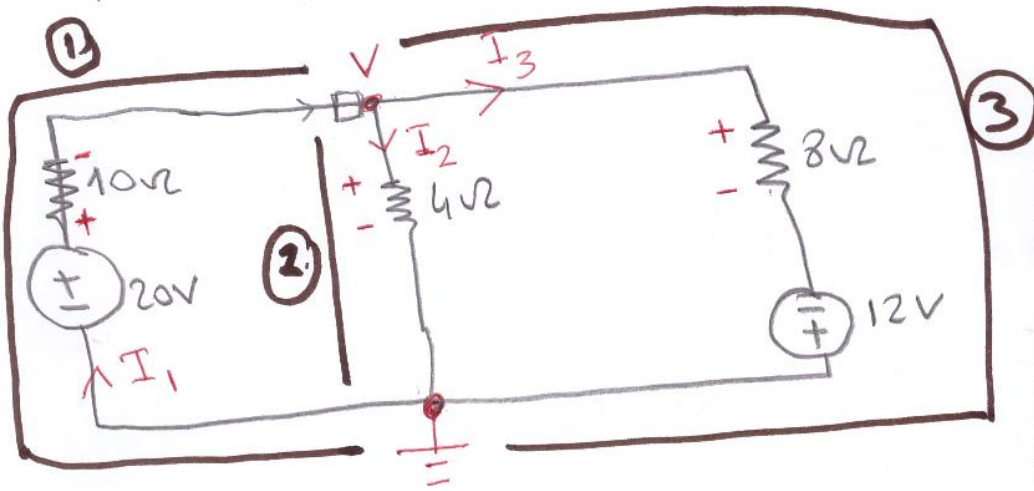
$$I_1 = \frac{-\frac{50}{7} + 10}{3} = 0,95 \text{ A}$$

Soru



Dirençlerden geçen akımları D.G.Y ile bulunuz.

Çözüm: i.) Düğüm noktaları ve tahmini akım yönleri işaretlenir. Referans düğüm noktasının potansiyeli sıfıra eşitlenir.



NOT: ①, ② ve ③ yollarında

$$i = \frac{\Delta V}{\Sigma R}$$

denklemini yazarken, en kolay akım yönünde hesaplama yapmaktır.

$$\textcircled{1} \quad 20 - V = I_1 \cdot 10$$

$$\textcircled{2} \quad V = 4 \cdot I_2$$

$$\textcircled{3} \quad V + 12 = 8 I_3$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\frac{20 - V}{10} = \frac{V}{4} + \frac{V + 12}{8}$$

$$80 - 4V = 10V + 5V + 60$$

$$20 = 19V$$

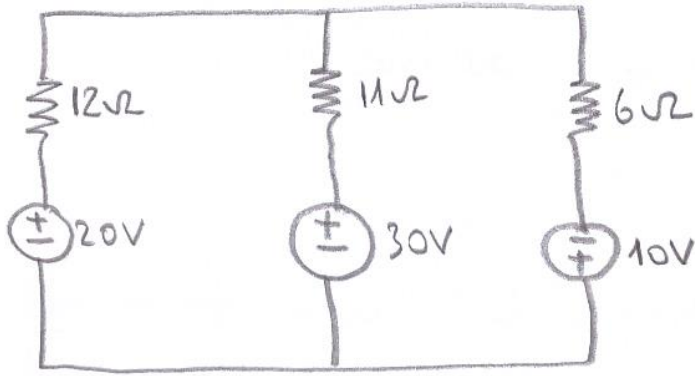
$$V = \frac{20}{19} = 1,05 \text{ V.}$$

$$I_1 = \frac{20 - 1,05}{10} = 1,89 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V}{4} = 0,26 \text{ A}$$

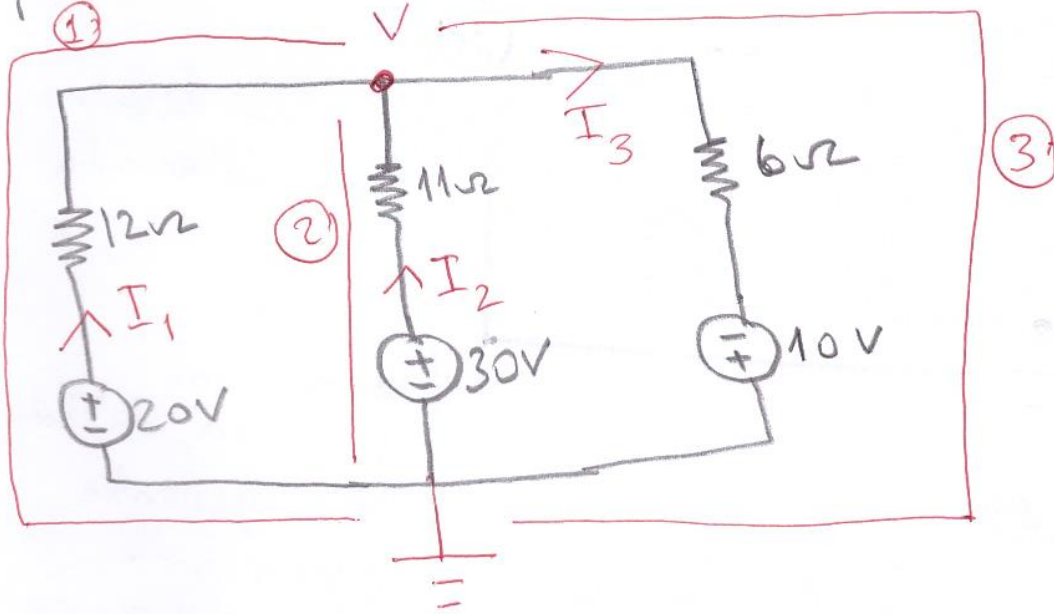
$$I_3 = \frac{V + 12}{8} = 1,63 \text{ A}$$

Soru



Şekildeki devreyi
D.G.Y ile
çözünüz.

Çözüm:



① yol için

$$I_1 = \frac{20 - V}{12}$$

② yol için

$$I_2 = \frac{30 - V}{11}$$

③ yol için

$$I_3 = \frac{V + 10}{6}$$

K.A.Y $\Rightarrow I_3 = I_1 + I_2$

$$\frac{V+10}{6} = \frac{20-V}{12} + \frac{30-V}{11}$$

(22) (11) (12)

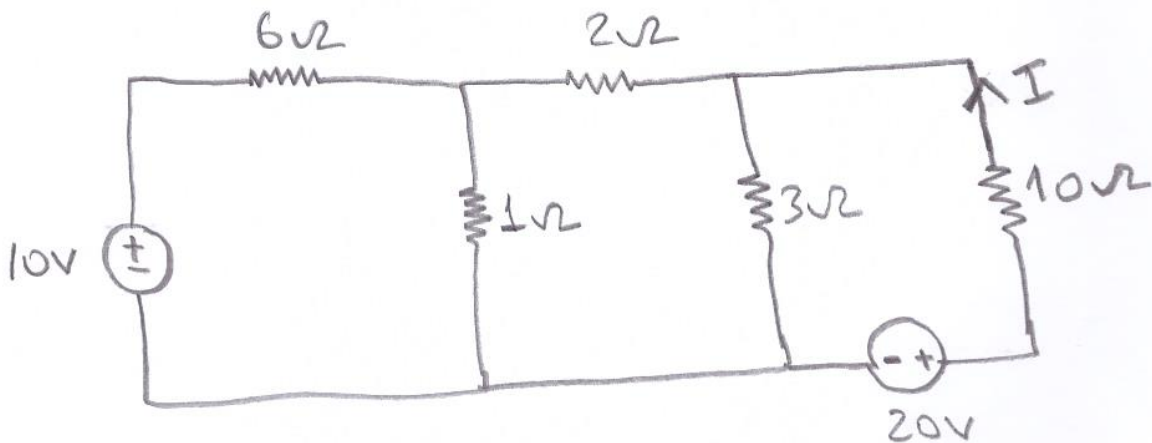
$$22V + 220 = 220 - 11V + 360 - 12V$$

$$45V = 360$$

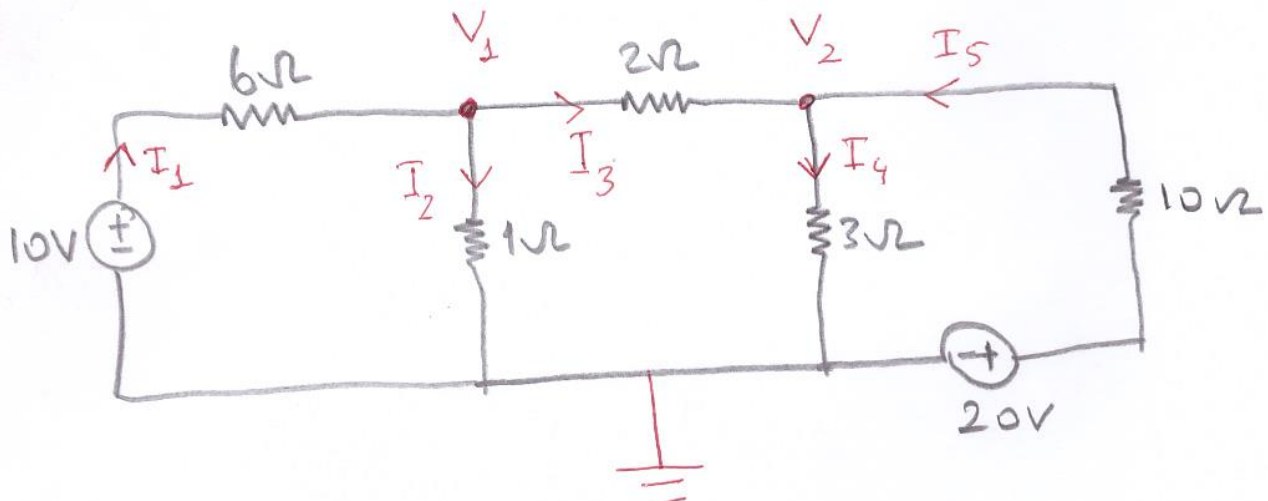
$$V = \frac{360}{45} = 8V$$

$$I_1 = \frac{20-V}{12} = 1A, \quad I_2 = \frac{30-8}{11} = 2A, \quad I_3 = \frac{8+10}{6} = 3A$$

Soru



I akımının değerini D.G.Y ile bulunuz.



$$I_1 = \frac{10 - V_1}{6}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{2}$$

$$I_5 = \frac{20 - V_2}{10}$$

$$I_2 = \frac{V_1}{1}$$

$$I_4 = \frac{V_2}{3}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_4 = I_3 + I_5$$

$$\frac{10 - V_1}{6} = V_1 + \frac{V_1 - V_2}{2}$$

$$\frac{V_2}{3} = \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{20 - V_2}{10}$$

$$10 - V_1 = 6V_1 + 3V_1 - 3V_2$$

$$10V_2 = 15V_1 - 15V_2 + 60 - 3V_2$$

$$10V_1 - 3V_2 = 10$$

$$15V_1 - 28V_2 = -60$$

$$3 \times (10V_1 - 3V_2 = 10)$$

$$-2 \times (15V_1 - 28V_2 = -60)$$

$$30V_1 - 9V_2 = 30$$

$$-30V_1 + 56V_2 = 120$$

$$47V_2 = 150$$

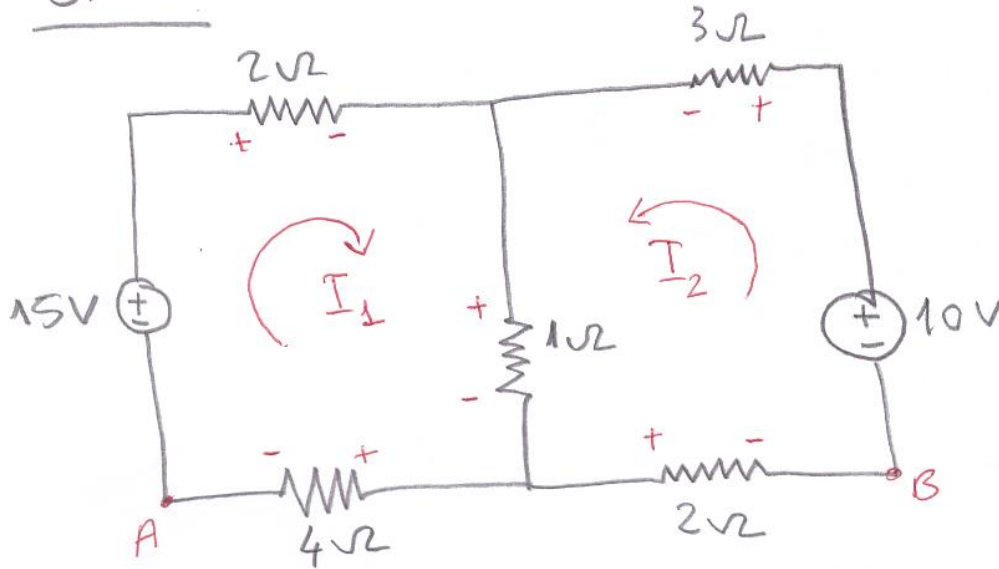
$$V_2 = \frac{150}{47} = 3,19 \text{ V.}$$

$$I = I_5 = \frac{20 - 3,19}{10} = \underline{\underline{1,68 \text{ A}}}$$

ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİ

Kirchoff kanunlarının bir sonucu olarak, daha az sayıda denklem ile çözüme ulaşmamızı sağlayan bir yöntemdir. Her bir devre ilmesinde akan akım keyfi bir yönde seçilerek, gereken yerlerde akımların cebirsel toplamaları ile K.G.Y yazılır.

Örnek



Ç.A.Y ile yandaki devrenin kollarındaki akımları bulunuz.

Çözüm: Üstteki kırmızı yazılar çözümün parçasıdır. I_1 ve I_2 akımlarını keyfi yönlerde seçtik. Devrede iki ilmek (göz) olduğu için iki tane K.G.Y yazacağız.

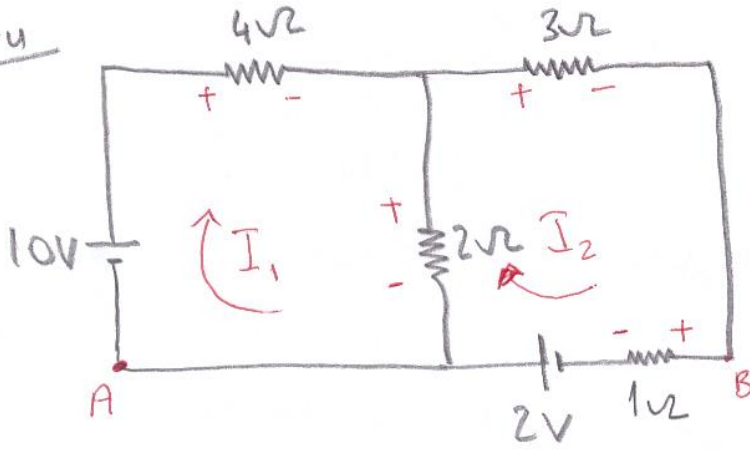
$$-15 + 2I_1 + 1(I_1 + I_2) + 4I_1 = 0$$

$$-10 + 3I_2 + 1(I_1 + I_2) + 2I_2 = 0$$

$$\begin{cases} 7I_1 + I_2 = 15 \\ I_1 + 6I_2 = 10 \end{cases} \quad \begin{aligned} I_1 &= 1,95 \text{ A} \\ I_2 &= 1,34 \text{ A} \end{aligned}$$

(A noktasından saat yönünde gidilen yol için)
(B noktasından saat yönüne zıt)

Soru



G.A.Y ile
devrenin her bir
kolundaki akımı
bulunuz.

Gözüm:

Birinci göz için A'dan başlayıp, saat yönünde yine A'ya gelelim.

$$-10 + 4I_1 + 2(I_1 - I_2) = 0$$

İkinci göz için B'den başlayıp, saat yönünde giderek kapalı halkamızı tamamlayalım.

$$1 \cdot I_2 - 2 - 2(I_1 - I_2) + 3I_2 = 0$$

$$6I_1 - 2I_2 = 10$$

$$3 \times (-2I_1 + 6I_2 = 2)$$

$$6I_1 - 2I_2 = 10$$

$$-6I_1 + 18I_2 = 6$$

$$16I_2 = 16$$

$$I_2 = 1A$$

$$6I_1 - 2 \cdot 1 = 10$$

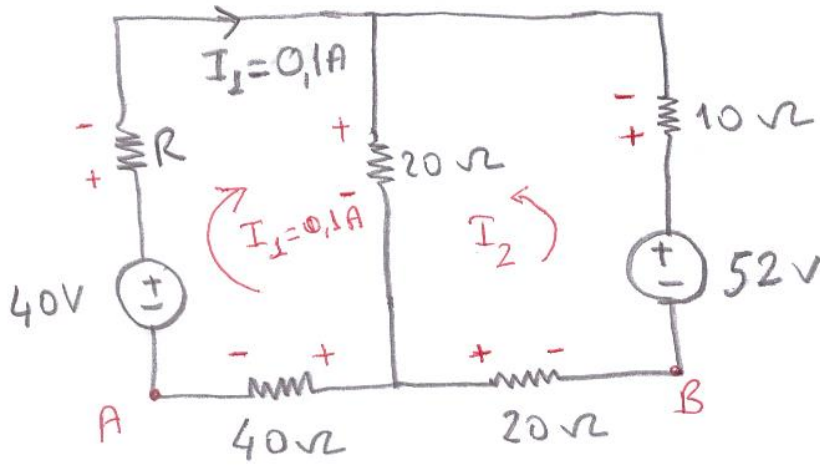
$$I_1 = \underline{\underline{2A}}$$

2 Ω'lık direncin
üzerinde



$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 - I_2 \\ &= 2 - 1 \\ &= 1A \end{aligned}$$

Örnek :



Şekildeki R direncini
ve kollarındaki akımları
G.A.Y ile bulunuz.

Gözüm:

$$A'dan \text{ } I_1 \Rightarrow -40 + 0,1 \cdot R + 20(0,1 + I_2) + 40 \cdot 0,1 = 0$$

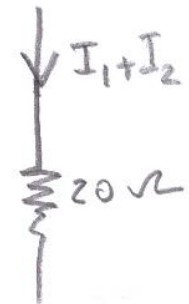
$$B'den \text{ } I_2 \Rightarrow -52 + 10I_2 + 20(0,1 + I_2) + 20I_2 = 0$$

$$+0,1R + 20I_2 = 34$$

$$50I_2 = 50 \Rightarrow I_2 = 1A$$

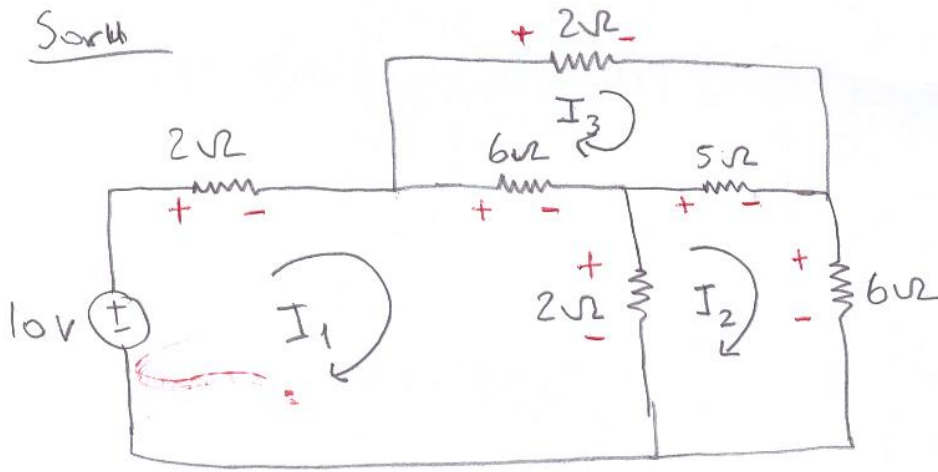
$$-0,1R = -14 \Rightarrow$$

$$R = 140 \Omega$$



Orta kol
üzerinde
 $0,1 + 1 = 1,1A$
akım akar.

Soruk



Ŗekildeki devrede
 I_1, I_2 ve I_3
akımlarını bulunuz.

Çözümü: Kırmızı işaretler çözümün parçalarıdır.

1. Göz için:

$$-10 + 2I_1 + 6(I_1 - I_3) + 2(I_1 - I_2) = 0$$

2. Göz için:

$$-2(I_1 - I_2) + 5(I_2 - I_3) + 6I_2 = 0$$

3. Göz için:

$$-5(I_2 - I_3) - 6(I_1 - I_3) + 2I_3 = 0$$

Düzenlersek;

$$10I_1 - 2I_2 - 6I_3 = 10$$

$$-2I_1 + 13I_2 - 5I_3 = 0$$

$$-6I_1 - 5I_2 + 13I_3 = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -2 & -6 & 10 & -2 \\ -2 & 13 & -5 & -2 & 13 \\ -6 & -5 & 13 & -6 & 5 \end{vmatrix} = (1690 - 60 - 60) - (468 + 250 + 52) = 800$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -2 & -6 & 10 & -2 \\ 0 & 13 & -5 & 0 & 13 \\ 0 & -5 & 13 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 1690 - 250 = 1440$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & 10 & -6 & 10 & 10 \\ -2 & 0 & -5 & -2 & 0 \\ -6 & 0 & 13 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 300 - (-260) = 560$$

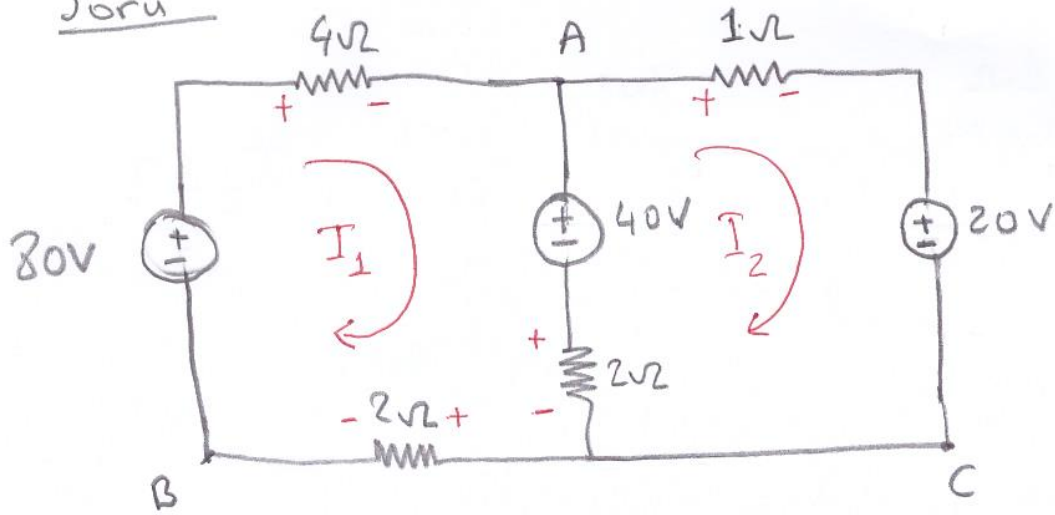
$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 10 & -2 & 10 & 10 & -2 \\ -2 & 13 & 0 & -2 & 13 \\ -6 & -5 & 0 & -6 & -5 \end{vmatrix} = 100 - (-780) = 880$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1440}{800} = 1,8 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{560}{800} = 0,7 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{880}{800} = 1,1 \text{ A}$$

Soru



ΔV_{AB} ve
 ΔV_{AC}
değerlerini
G.A.Y. ile
bulunuz.

Çözüm:

B'den  (saat yönünde kapalı halka)

$$-80 + 4I_1 + 40 + 2(I_1 - I_2) + 2I_1 = 0$$

C'den 

$$-2(I_1 - I_2) - 40 + 1I_2 + 20 = 0$$

Düzenlersek ; $8I_1 - 2I_2 = 40$

$$+ (-2I_1 + 3I_2 = 20) \times 4$$

$$10I_2 = 120$$

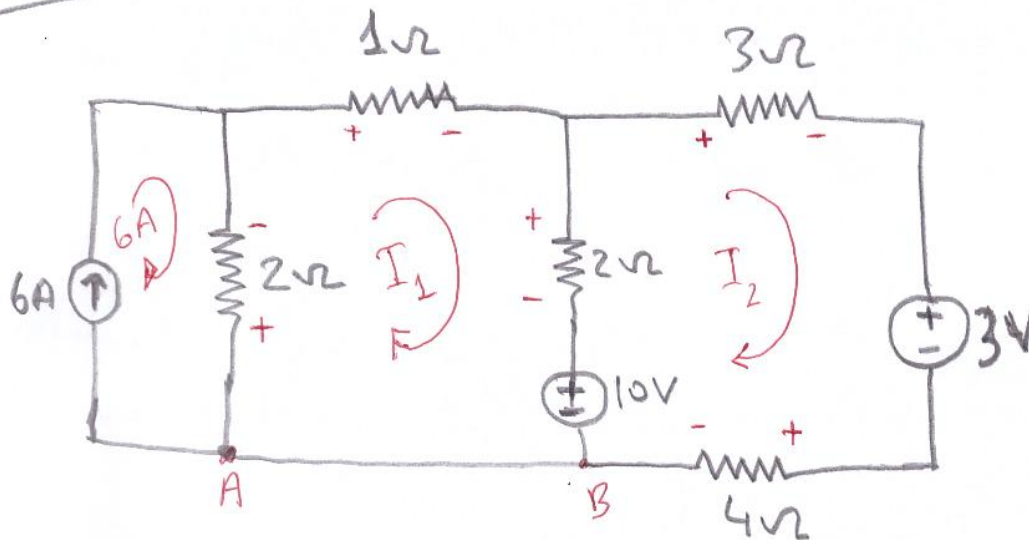
$$\boxed{I_2 = 12A} \Rightarrow 8I_1 - 2 \cdot 12 = 40$$

$$\boxed{I_1 = 8A}$$

$$\Delta V_{AB} = 80 - 4 \cdot I_1 = 48 \text{ V.}$$

$$\Delta V_{AC} = 20 + 1 \cdot I_2 = 32 \text{ V.}$$

Soru



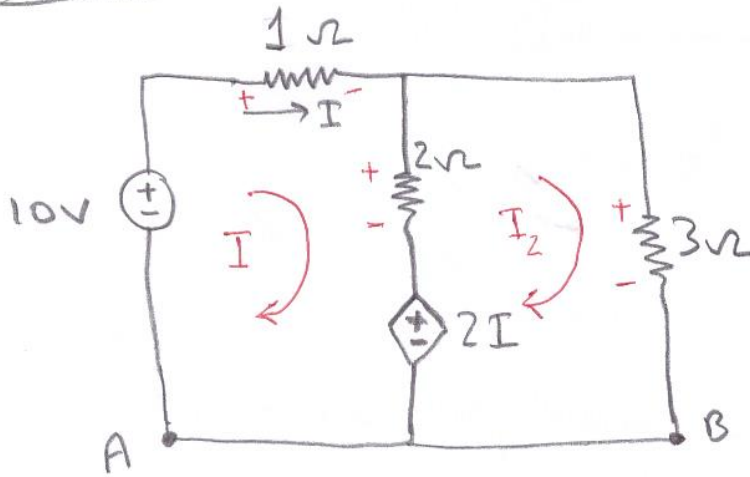
$$I_2 = ?$$

A'dan $\odot \Rightarrow 2 \cdot (I_1 - 6) + 1 \cdot I_1 + 2 \cdot (I_1 - I_2) + 10 = 0$
 $5I_1 - 2I_2 = 2$

B'den $\odot \Rightarrow -10 - 2(I_1 - I_2) + 3I_2 + 3 + 4I_2 = 0$
 $-2I_1 + 9I_2 = 7$

$$\left. \begin{array}{l} (5I_1 - 2I_2 = 2) \times 2 \\ (-2I_1 + 9I_2 = 7) \times 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 10I_1 - 4I_2 = 4 \\ -10I_1 + 45I_2 = 35 \\ \hline 41I_2 = 39 \\ I_2 = \frac{39}{41} \text{ A} \end{array}$$

Soru



1 Ω 'lık dirençten
geçen akımı bulunuz.

$$-10 + 1 \cdot I + 2 \cdot (I - I_2) + 2I = 0 \quad (A \text{ dan } \odot)$$

$$5I - 2I_2 = 10$$

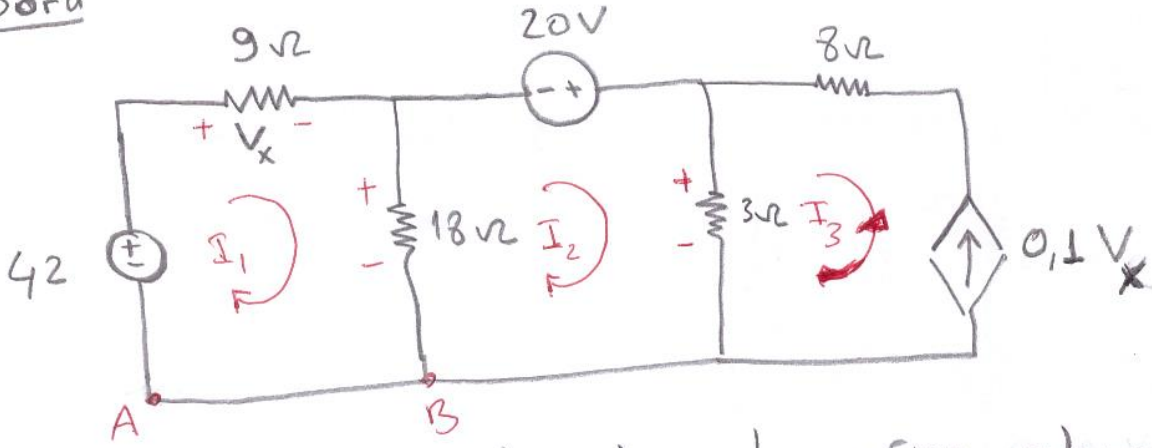
$$-2I - 2 \cdot (I - I_2) + 3I_2 = 0 \quad (B \text{ 'den } \odot)$$

$$5I_2 = 4I \Rightarrow I_2 = \frac{4}{5}I$$

$$5I - 2 \cdot \frac{4}{5}I = 10$$

$$\frac{17I}{5} = 10 \Rightarrow I = \frac{50}{17} = \underline{\underline{2,94 \text{ A}}}$$

Soru



Devredeki bağımlı akım kaynağının akımını Ç.A.Y. ile bulunuz.

Çözüm:

$$A'dan \bigcirc \Rightarrow -42 + 9I_1 + 18(I_1 - I_2) = 0$$

$$B'den \bigcirc \Rightarrow -18(I_1 - I_2) - 20 + 3(I_2 + I_3) = 0$$

$$I_3 = 0,1 V_x = 0,1 \cdot 9 \cdot I_1 \quad (V_x = 9 \cdot I_1)$$

$$\text{Düzenlersek; } 27I_1 - 18I_2 = 42$$

$$-18I_1 + 21I_2 + 2,7I_1 = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} 27I_1 - 18I_2 = 42 \\ -15,3I_1 + 21I_2 = 20 \end{array} \right\} \quad \begin{bmatrix} 27 & -18 \\ -15,3 & 21 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 \\ 20 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 42 & -18 \\ 20 & 21 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 27 & -18 \\ -15,3 & 21 \end{vmatrix}} = \frac{882 + 360}{567 - 275,4} = \frac{1242}{291,6} = 4,26 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,1 V_x = 0,1 \cdot 9 \cdot I_1 = 3,83 \text{ A}$$