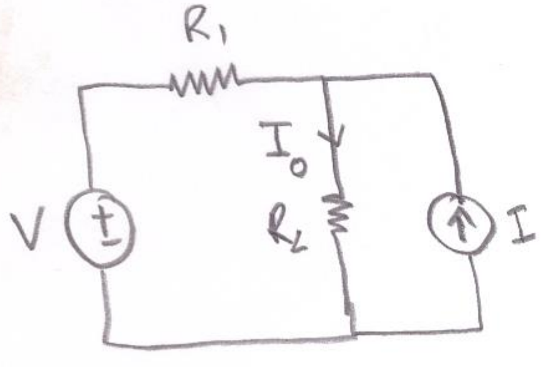
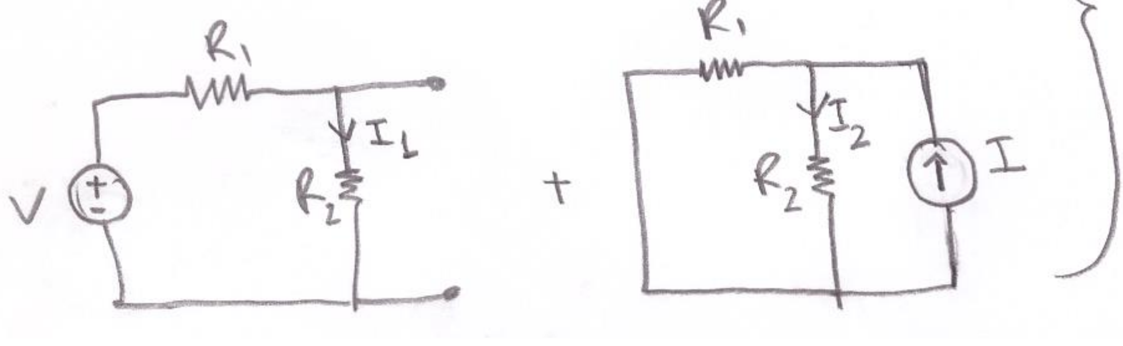
Süperpozisyon Teoremi

iki veya daha fazla güç kaynağının bulunduğu lineer devrelere uygulanabilir. Ayrı ayrı kaynakların oluşturduğu etkiler, herbirinin teker teker oluşturduğu etkinin cebirsel toplamına eşittir.

Bu metot ile her bir güç kaynağının yalnız başına iken oluşturduğu akım hesaplanır. Diğer güç kaynakları devreden çıkarılır. Bunu yaparken gerilim kaynakları kısa devre (short circuit) akım kaynakları açık devre (open circuit) haline getirilir. Bağımlı kaynaklar devreden çıkarılmaz. Her zaman devrede olduğu gibi bırakılır.

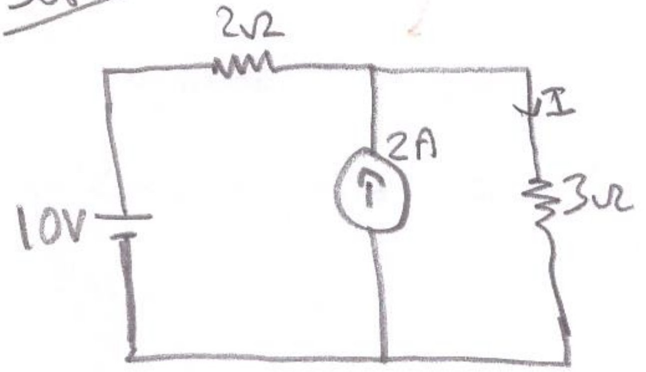
Örnek :





$$I_o=I_1+I_2$$

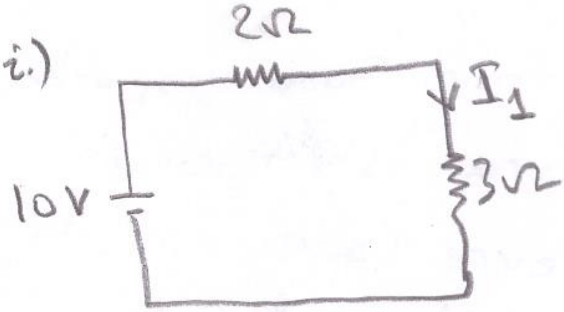
Soru



I akımını süperpozisyon teoremini kullanarak bulunuz.

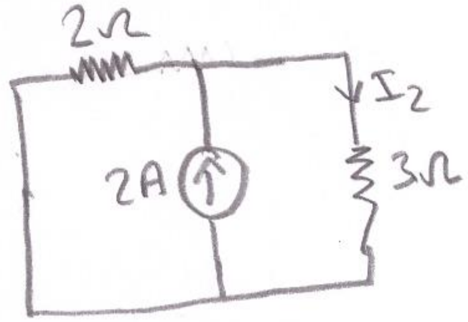
Çözüm: Önce akım kaynağını çıkaralım.

i.)



$$I_1 = \frac{10}{5} = 2\ A$$

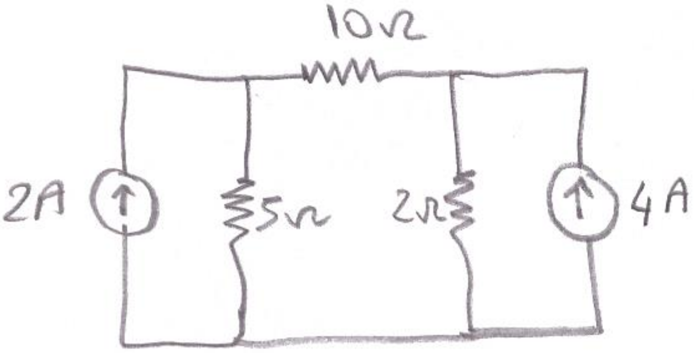
ii) Akım kaynağını devrede bırakıp, gerilim kaynağını çıkaralım.



$$I_2 = 2 \cdot \frac{2}{5} = 0{,}8\ A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 0{,}8 = 2{,}8\ A$$

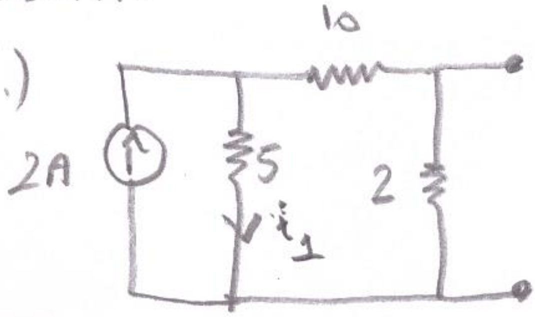
Soru



Süperpozisyon teoremi kullanarak 5Ω'luk direnç üzerinden akan akımı bulunuz.

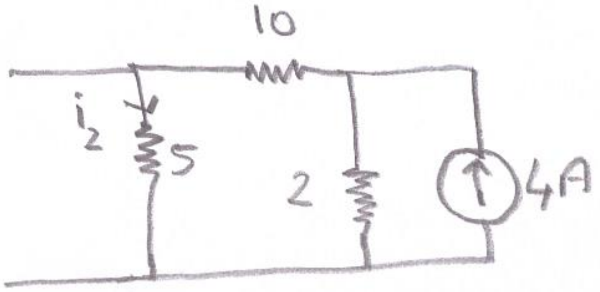
Çözüm:

i.)



$$i_1 = 2 \cdot \frac{12}{17} A = 1{,}41 A$$

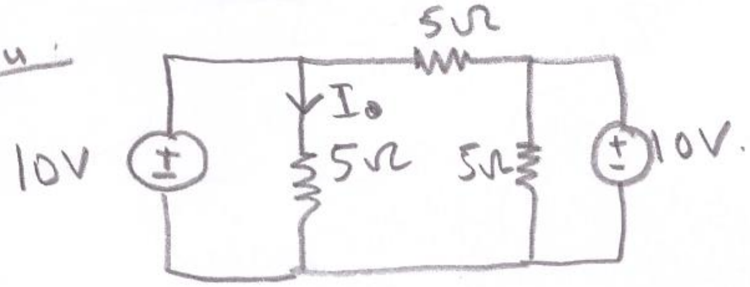
ii.)



$$i_2 = 4 \cdot \frac{2}{17} = 0{,}47 A$$

$$I_{5\Omega} = i_1 + i_2 = 1{,}41 + 0{,}47 = 1{,}88 A$$

Soru:

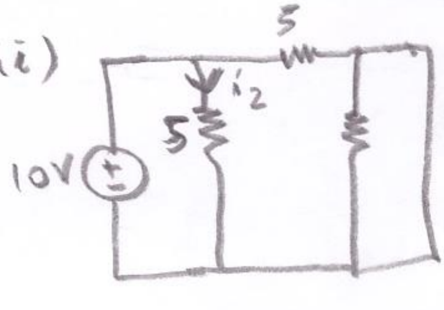


I_0 akımını bulunuz. (Süperpozisyon teoremi kullanarak.)

i.)

$i_1 = 0$ (kısa devre)

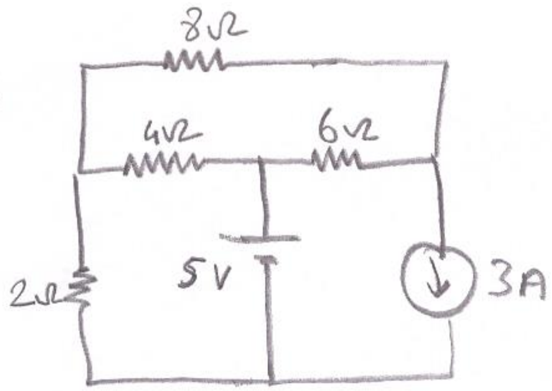
ii)



$$i_2 = \frac{10}{5} = 2A$$

$$I_0 = i_1 + i_2 = \underline{\underline{2A}}$$

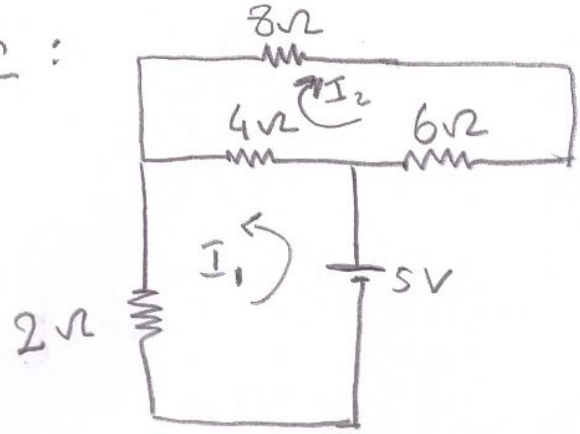
Soru :



2Ω'luk dirençten geçen akımı süperpozisyon teoreminden yararlanarak bulunuz.

Çözüm :

i.)



$$-5+4(I_1+I_2)+2I_1=0$$

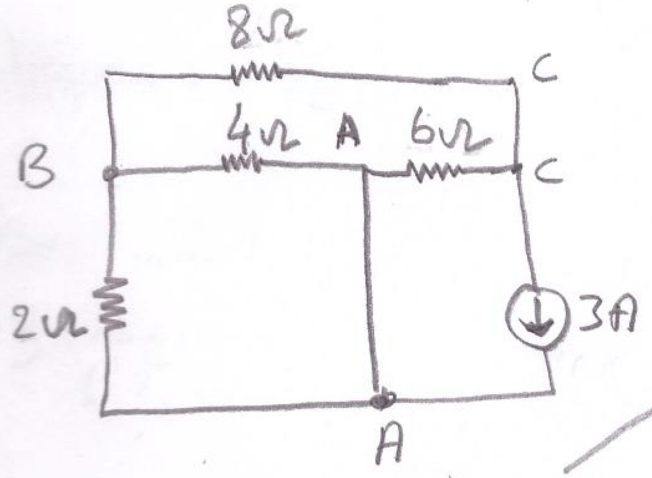
$$6I_2+4(I_1+I_2)+8I_2=0$$

$$6I_1+4I_2=5$$
$$4I_1+18I_2=0$$

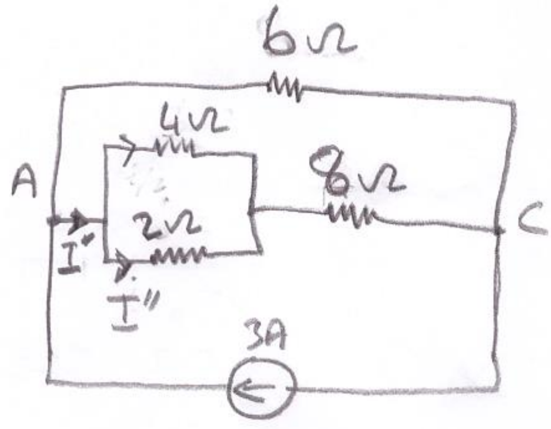
Cramer metodu ile çözelim.

$$I_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}5 & 4\\ 0 & 18\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}6 & 4\\ 4 & 18\end{vmatrix}}=\frac{90}{108-16}=0{,}978\,A$$

ii)



Tekrar çizelim.



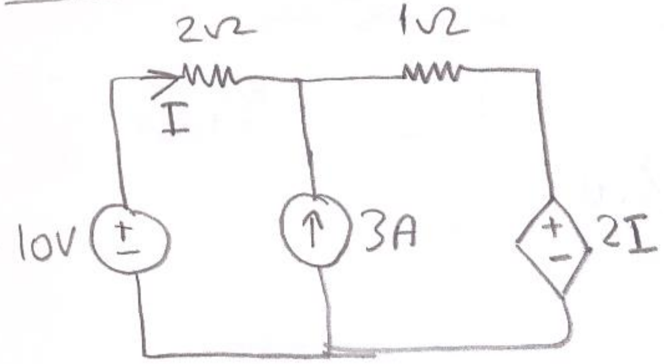
Akım bölücü

$$I'=3\cdot\frac{6}{6+8+(4/\!/2)}=1{,}174\,A$$

$$I''=1{,}174\cdot\frac{4}{2+4}=0{,}78\,A$$

$$I_{2\Omega}=0{,}978-0{,}78$$
$$=0{,}198\text{ mA}$$

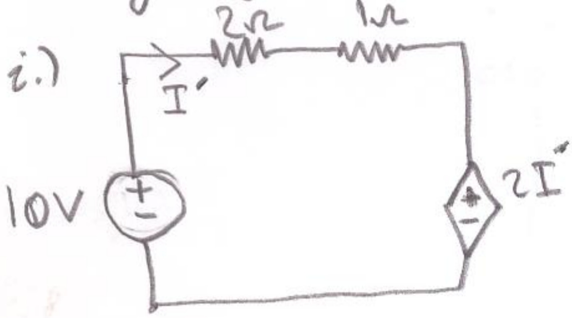
Soru



I akımını süperpozisyon teoremiyle bulunuz.

Çözüm: Bağımlı kaynaklar her zaman olduğu yerde korunur. Devreden çıkarılmaz.

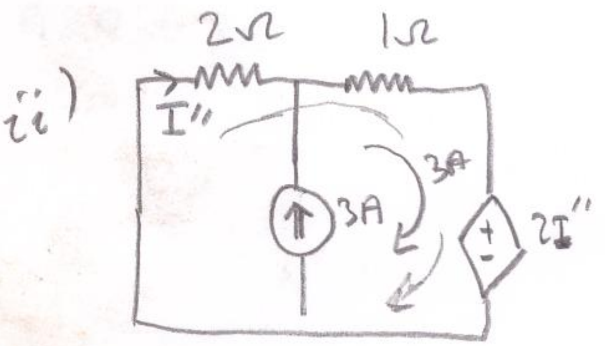
i.)



$$-10 + 2I' + 1.I' + 2I' = 0$$

$$I' = \frac{10}{5} = 2A$$

ii)

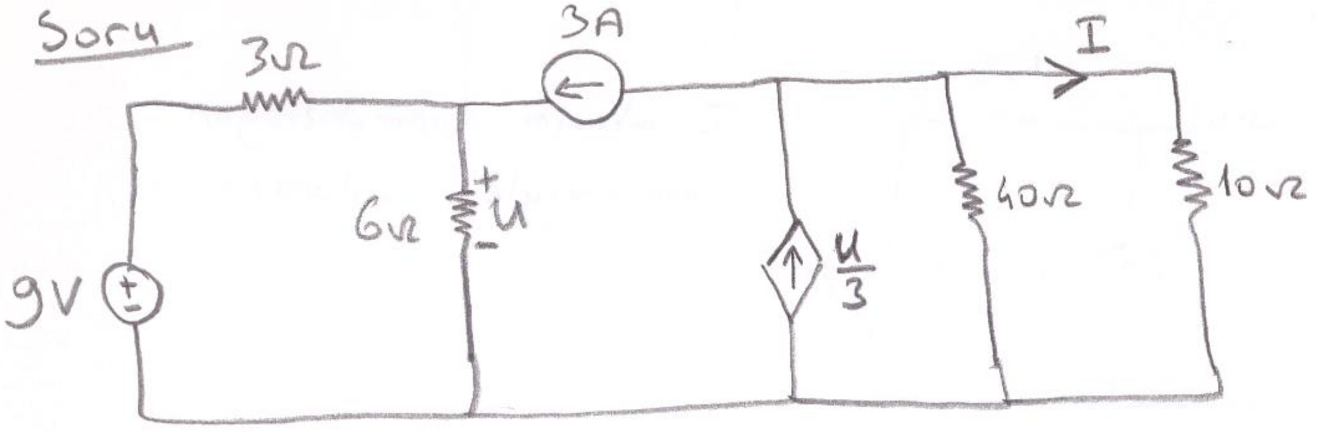


$$2I'' + 1(I'' + 3) + 2I'' = 0$$

$$5I'' = -3A \Rightarrow I'' = -0,6A$$

$$I = I' + I'' = 2 - 0,6 = \underline{1,4A}$$

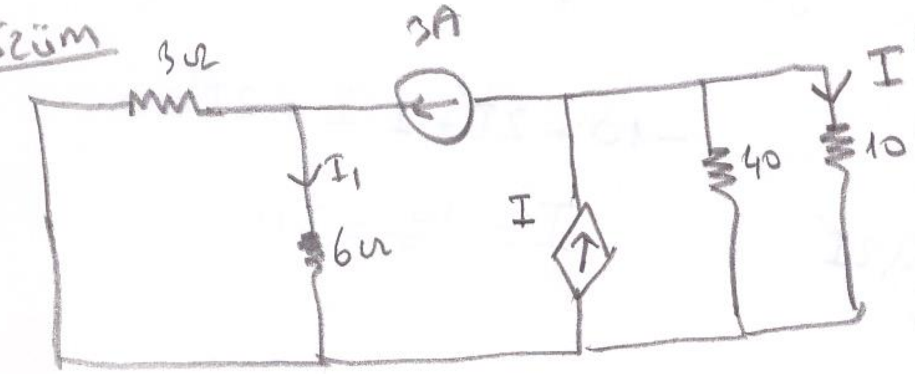
Soru



I akımını süperpozisyon teoremi ile bulunuz.

Çözüm

i.)

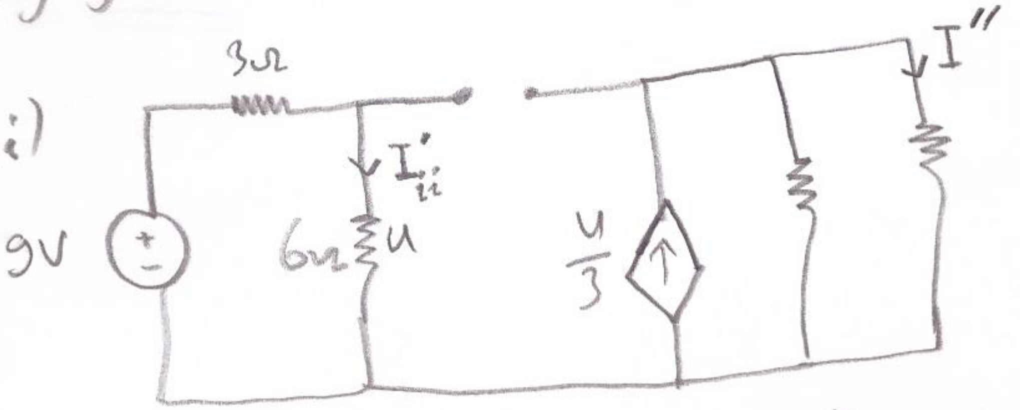


$$I_1 = 3 \cdot \frac{3}{3+6} = 1\,A \quad \Rightarrow \quad I' = (-3+2) \cdot \frac{40}{50} = -0{,}8\,A$$

$$U = I_1 \cdot 6 = 6V$$

Bağımlı Akım kaynağı $\frac{U}{3} = 2A$

ii)



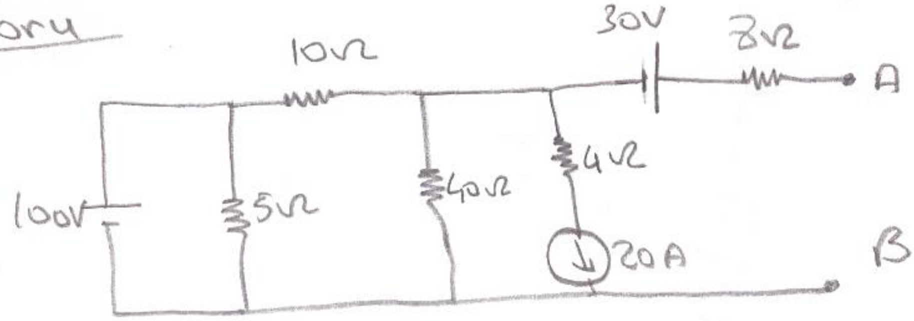
41

$$I'_{ii} = \frac{9}{9} = 1A, \quad U = 6V$$

$$I'' = 2 \cdot \frac{40}{50} = 1{,}6\,A$$

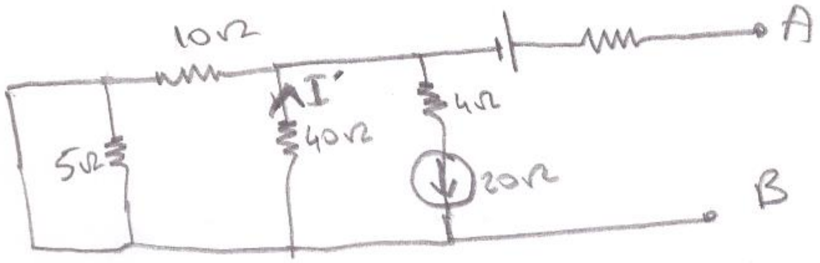
$$I = I' + I'' = 1{,}6 - 0{,}8 = \underline{\underline{0{,}8\,A}}$$

Soru



U_{AB} gerilimini süperpozisyon teoremi ile bulunuz

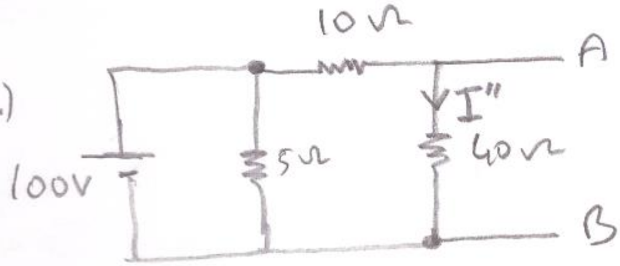
i.)



Akım kaynaklarına seri bağlanan dirençlerin devreye bir etkisi yoktur. Kısa devre yapılabilir.

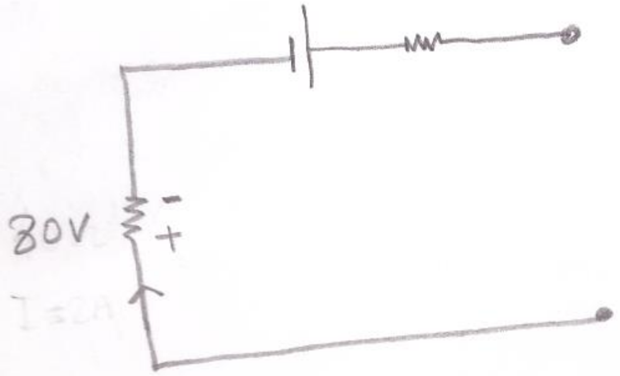
$I' = 20 \cdot \frac{10}{50} = 4A$ (40Ω'luk direnç üzerindeki akım)

ii.)



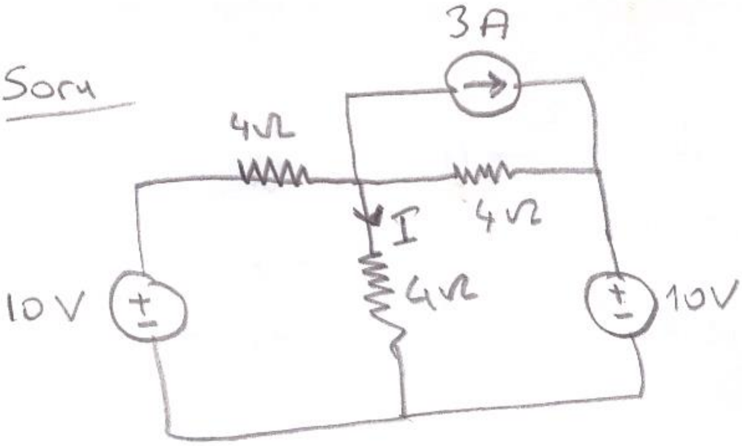
$I'' = \frac{100}{50} = 2A$

$I = I' + I'' = 4 - 2 = 2A$ (Yukarı yönlü)



$U_{AB} = 80 - 30 = \underline{50\ V}$

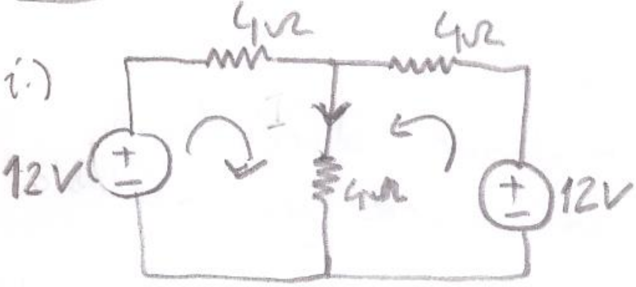
Soru



I akımının değerini süperpozisyon teoremi ile bulunuz.

Çözüm :

i.)



$$4 \cdot i_1 + 4(i_1 + i_2) = 12$$

$$-12 + 4i_1 - 4i_2 + 12 = 0$$

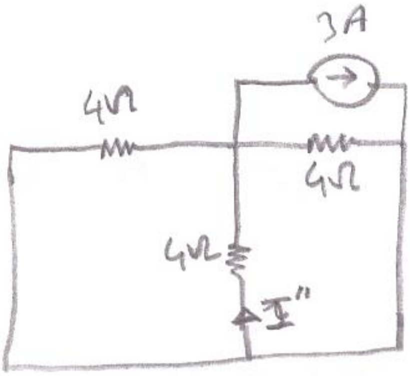
$$i_1 = i_2 \Rightarrow$$

$$12i = 12$$

$$i_1 = i_2 = i = 1A$$

$$I' = i_1 + i_2 = \underline{\underline{2A}}$$

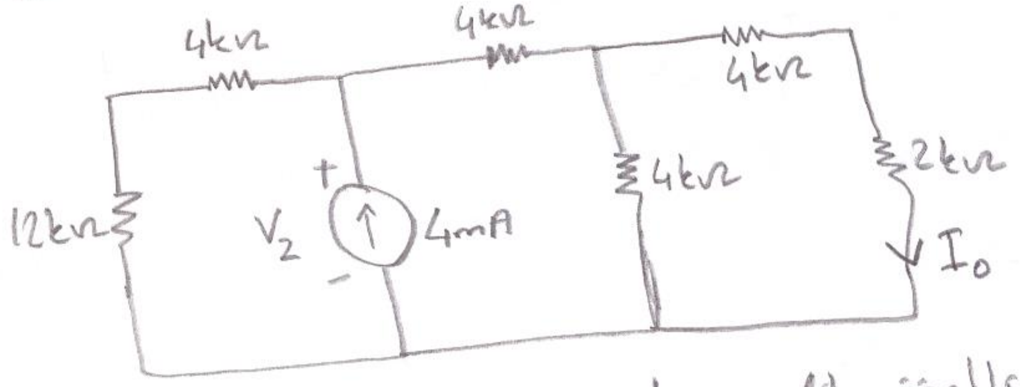
ii)



$$I'' = 1A$$

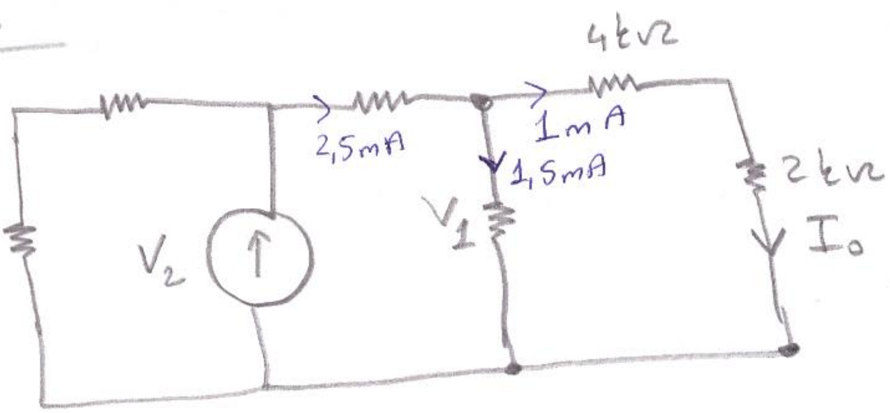
$$\Rightarrow \quad I = 2 - 1 = \underline{\underline{1A}}$$

Soru



Elektrik devrelerinin lineerlik özelliğini kullanarak $I_o = 1mA$ tahmini ile başlayarak I_o akımını bulun.

Çözüm:



$$V_1 = 1\,mA \cdot (4000+2000) = 6V$$

$$I_2 = \frac{V_1}{4k\Omega} = 1,5\,mA$$

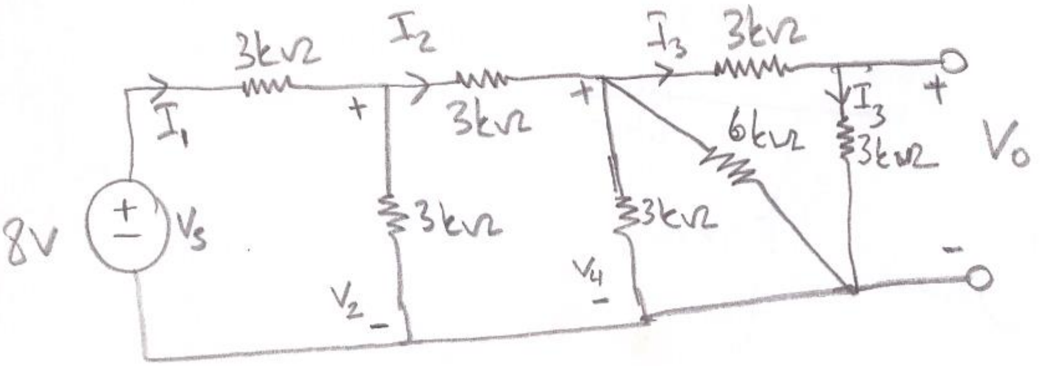
$$I_3 = 1\,mA + 1,5\,mA = 2,5\,mA$$

$$V_2 = 2,5\,mA \cdot 4000 + V_1 = 16\,V$$

$$i_4 = \frac{16\,V}{16\,k\Omega} = 1\,mA \Rightarrow i_s = 2,5 + 1 = 3,5\,mA$$

oysa $i_s = 4\,mA$ dolayısıyla gerçek I_o :

$$I_o = \frac{1\,mA}{3,5\,mA} \cdot 4\,mA = 1,14\,mA$$



$V_o = 1V$ tahmini ile başlayarak, gerçek V_o değerini linearlik yardımı ile bulunuz.

Çözüm :

$$I_3 = \frac{1V}{3k\Omega} = \frac{1}{3}mA$$

$$V_4 = 2V \Rightarrow i_2 = \frac{2}{3000} + \frac{2}{6000} + \frac{2}{6000} = \frac{4}{3}mA$$

$$V_2 = 3k\Omega . i_2 + V_2 = 6V$$

$$I_1 = \frac{6V}{3k\Omega} + I_2 = \frac{10}{3}mA$$

$$V_s = 3k\Omega . I_1 + V_2$$

$$= 3k\Omega . \frac{10}{3}mA + 6V = 16V$$

oysaki $V_s = 8V$. Dolayısıyla gerçek V_o değeri;

$$V_o = \frac{1V}{16V} . 8V = 0{,}5V$$

V_o'ın gerçek değeri

V_o öngörümüz.

Öngörü sonucu bulduğumuz V_s.

V_s'nin gerçek değeri

THEVENİN TEOREMİ

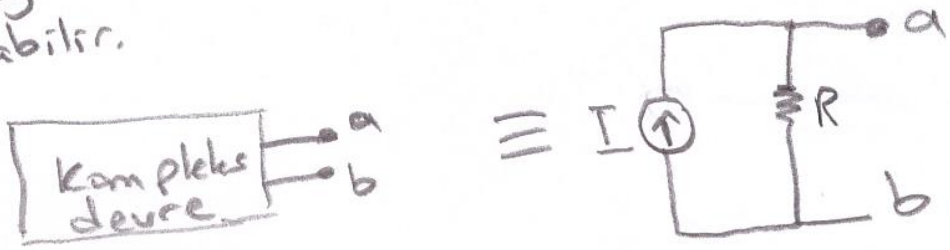
* Kompleks devreleri basitleştirmek için kullanılan bir yöntemdir.
Bütün lineer kompleks devreler, iki nokta arasından bakıldığında, bir gerilim kaynağı ve ona bağlı bir seri direnç ile temsil edilebilir.

V_{th} : Kompleks devrenin, ab noktaları arasındaki gerilimi (Thevenin gerilimi)

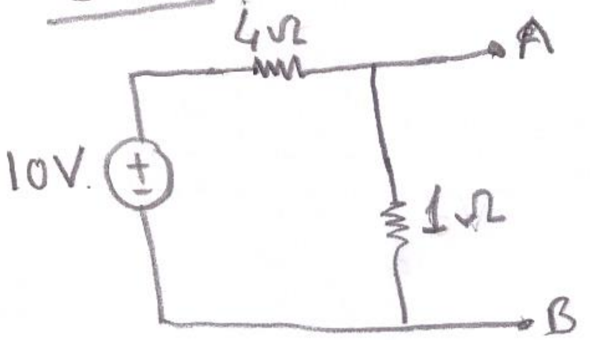
R_{th} : ab noktalarından bakıldığında, kompleks devrenin eşdeğer direnci (Thevenin eşdeğer direnci)

R_{th} bulunurken gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre haline getirilip, eşdeğer direnç sonra hesaplanır.

Norton Teoremi : Kompleks devrenin 1 akım kaynağı ve ona paralel bağlı bir dirençle temsil edilebileceğini söyler. Thevenin eşdeğerine kaynak dönüşümü uygulanarak bulunabilir.



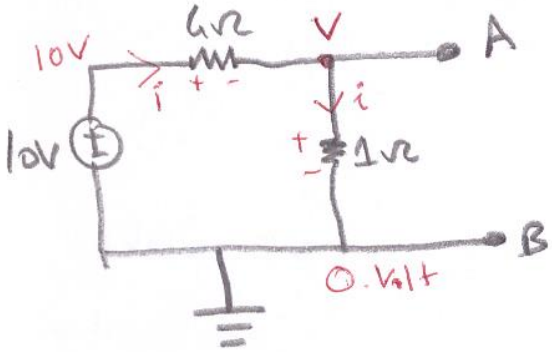
Örnek



şekildeki devrenin AB noktaları için Thevenin eşdeğerini bulunuz.

Çözüm: i.) Daha önce öğrendiğimiz metotlar kullanılarak V_{AB} hesaplanır. $V_{AB} = V_{th}$ olur.

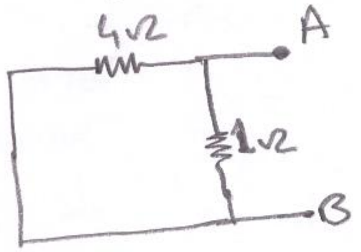
DGY ile V_{AB}'yi bulalım.



$$10-(4+1)i=0$$
$$i=2A$$

$$V-2.1=0$$
$$V=2\text{ Volt.}$$
$$V_{AB}=2V.$$

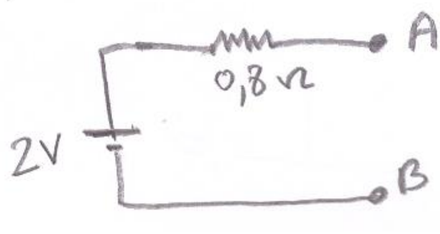
ii) Gerilim kaynakları kısa devre, akım kaynakları açık devre yapılarak R_{TH} hesaplanır. (Devreye AB noktalarından bakarak!)



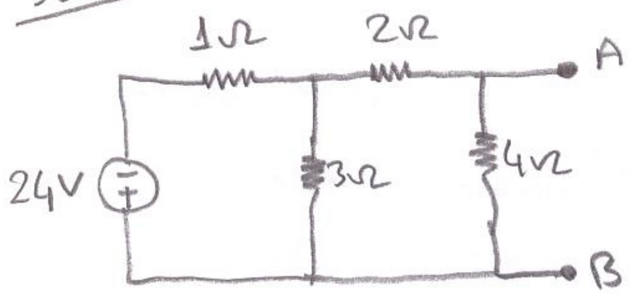
$R_{TH} = 4 // 1 \Rightarrow$

$$\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} \Rightarrow R_{TH} = 0{,}8\ \Omega.$$

iii) Thevenin eşdeğer devresi çizilir.

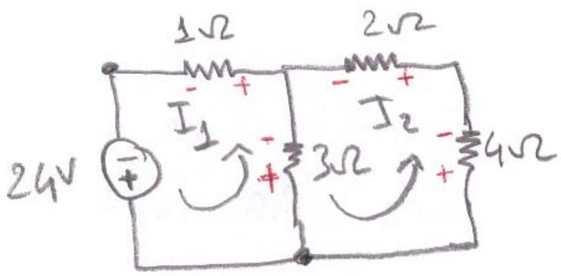


Soru



Şekildeki devrenin AB noktaları için Thevenin eşdeğerini bulunuz.

Çözüm i) V_{AB} hesap edilir.

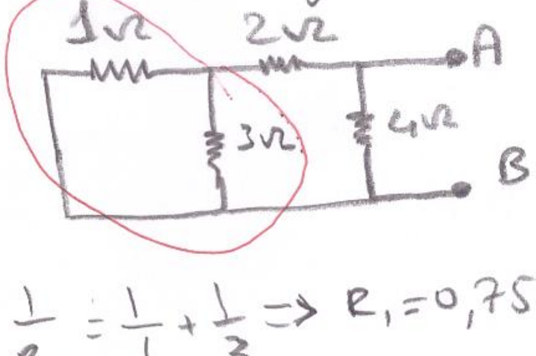


$$-24+3.(I_1-I_2)+1.I_1=0$$
$$4I_2+2I_2-3(I_1-I_2)=0$$

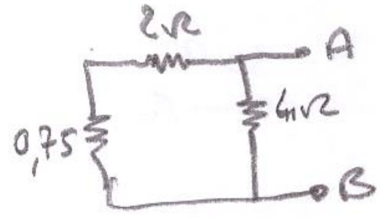
$$4I_1-3I_2=24$$
$$-3I_1+9I_2=0 \Rightarrow I_1=3I_2$$
$$4.3I_2-3I_2=24$$
$$9I_2=24$$
$$I_2=\frac{8}{3}A$$

$$V_{AB}=4\,\frac{8}{3}=\boxed{10{,}67\ V.}$$

ii) Güç kaynakları çıkarılıp, R_{TH} hesaplanır.



$\Rightarrow$

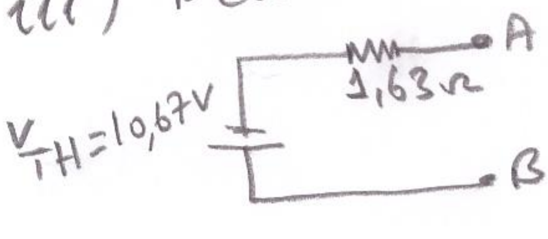


$$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{1}+\frac{1}{3} \Rightarrow R_1=0{,}75\,\Omega$$

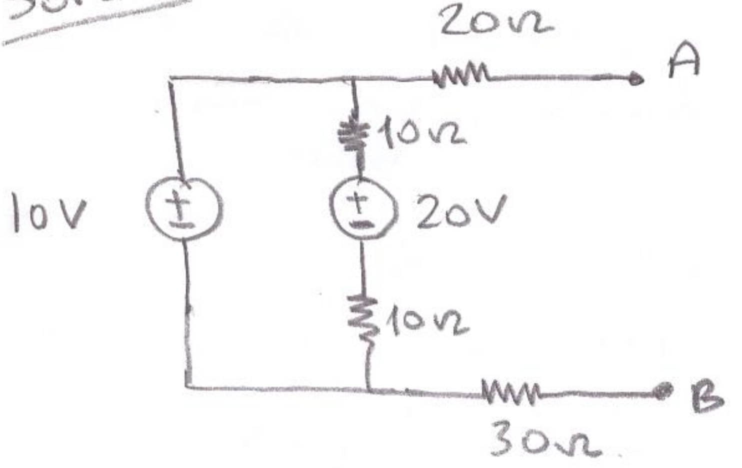
$$\frac{1}{R_{TH}}=\frac{1}{2{,}75}+\frac{1}{4}$$

$$R_{TH}=1{,}63\,\Omega$$

iii) Devre çizilir.



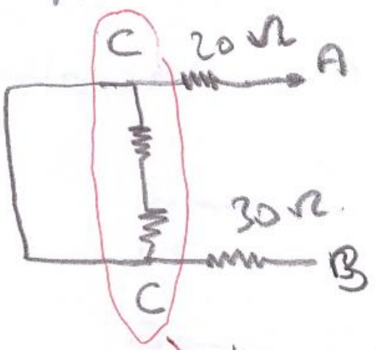
Soru



AB arasında, devrenin Thevenin eşdeğer devresini bulun.

Çözüm: i) AB uçları açık olduğu için 20 Ω ve 30 Ω'luk dirençlerden akım geçmez. AB noktaları doğrudan 10 V'luk gerilim kaynağına bağlı olduğu için $V_{AB} = 10$ V. olarak bulunur.
(Bunun böyle olduğunu D.G.Y ile gösterebilirsiniz.)

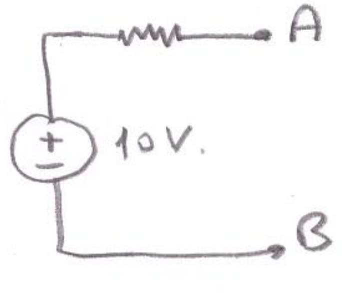
ii) R_{TH} hesaplanır.



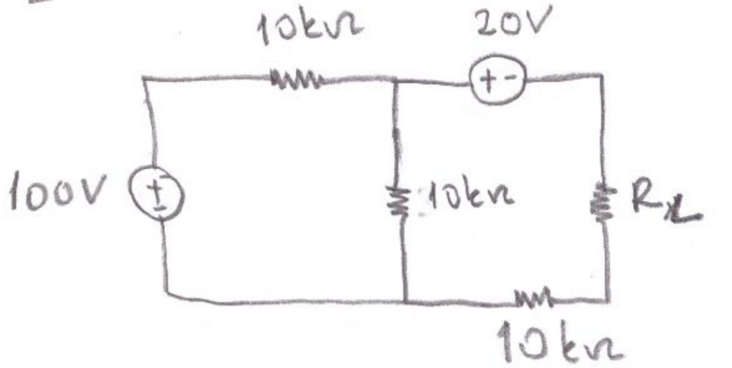
$R_{TH} = 20 + 30 = 50\,\Omega$.

kısa devre
(Aynı nokta arasına bağlanmışlar, dirençsiz gidilen bir yol var.)

iii)



Soru



Şekildeki R_L direnci

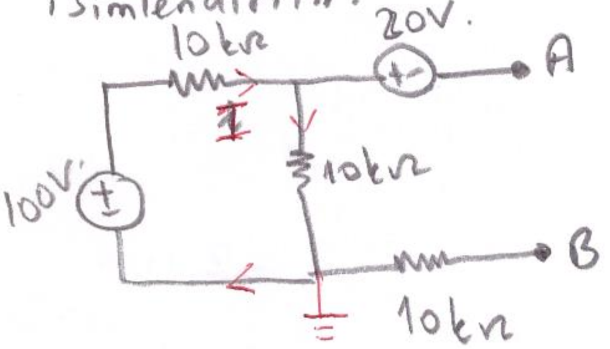
i.) 1 kΩ

ii) 5 kΩ

iii) 15 kΩ iken

üzerinden geçen akımı hesap ediniz.

Çözüm: Thevenin teoremi ile çözebiliriz. Önce R_L devreden çıkarılır. Kutupları A ve B ile isimlendirilir.



D.G.Y ile

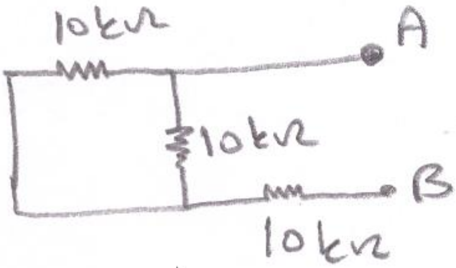
$$I = \frac{100}{20k\Omega} = 5mA.$$

A'dan toprağa giden çevre boyunca K.G.Y. yazalım.

$$V_A - 20 + 10k\Omega \cdot 5mA = 0$$

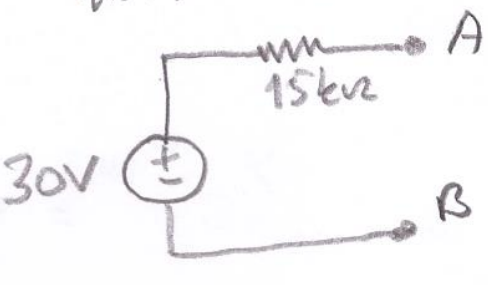
$$V_A = 30V. \Rightarrow V_{AB} = 30V.$$

ii) $R_{TH} = ?$

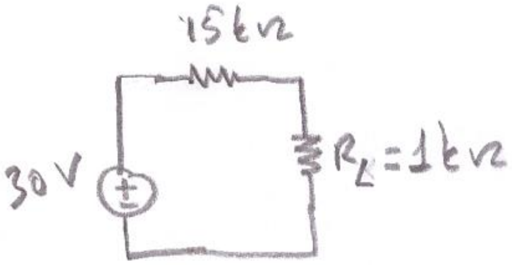


$R_{Th} = 15k\Omega.$

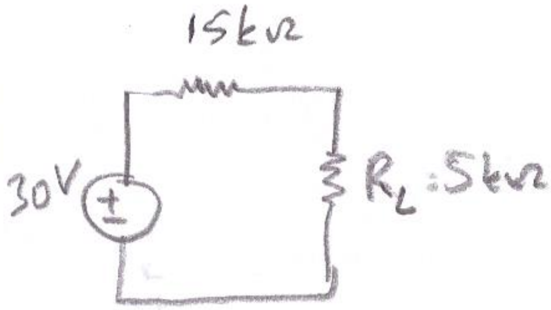
iii.) Thevenin eşdeğeri



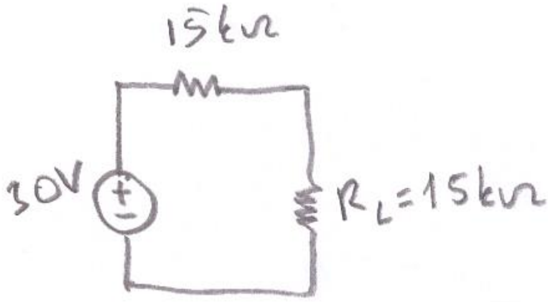
iV.) R_L direngleri devreye eklenir.



$$i = \frac{30\,V}{16\,k\Omega} = 1{,}875\,mA$$

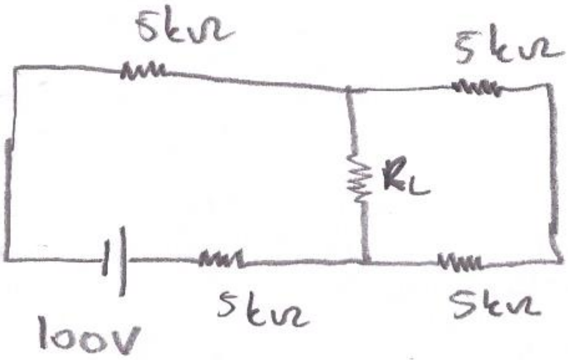


$$i = \frac{30\,V}{20\,k\Omega} = 1{,}5\,mA.$$



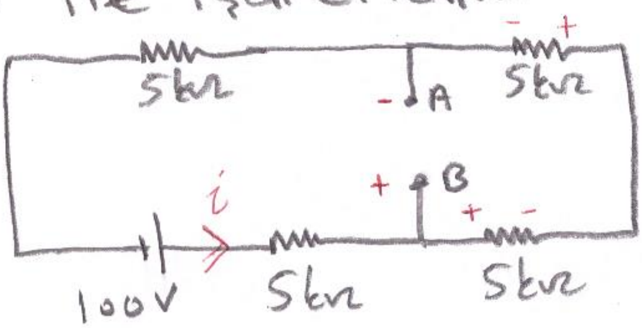
$$i = \frac{30\,V}{30\,k\Omega} = 1\,mA.$$

Soru



R_L = 5 kΩ, 10kΩ, 20kΩ iken üzerinden geçen akımı Thevenin teoremi ile bulunuz.

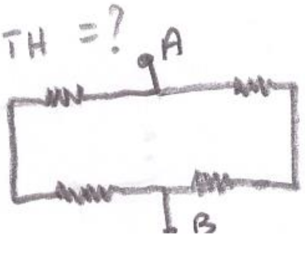
Çözüm: R_L devreden çıkarılıp, kutupları A ve B ile işaretlenir.



$$i = \frac{100\,V}{20\,k\Omega} = 5\,mA$$

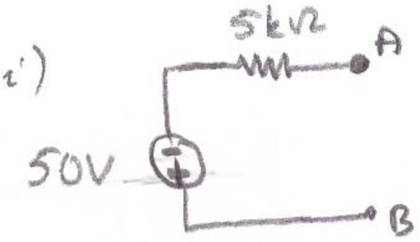
$$V_{AB} = i.(5k\Omega + 5k\Omega) = 50\,V.$$

ii) R_{TH} =?

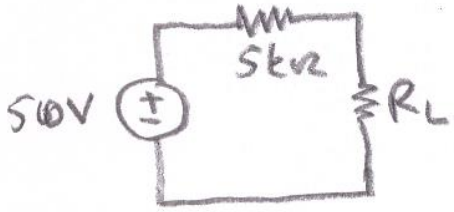


$\Rightarrow$ $R_{TH} = (5+5)//(5+5)\ k\Omega$
$= 5\,k\Omega$

iii)



iv.) R_L devreye eklenir.



a) $R_L = 5k\Omega \Rightarrow i = \dfrac{50\ V}{(5+5)k\Omega} = 5mA$

b) $R_L = 10\ k\Omega \Rightarrow i = \dfrac{50\ V}{(5+10)k\Omega} = 3{,}33\, mA$

c) $R_L = 15k\Omega \Rightarrow i = \dfrac{50\ V}{(5+15)k\Omega} = 2{,}5mA$