

# Faktoriyel Tasarımlar Uygulama

Fatih Kızılaslan

15 05 2020

## Table of Contents

Faktoriyel Tasarımlar Uygulama.....	1
Örnek 1: .....	1
Örnek 2: .....	13

## Faktoriyel Tasarımlar Uygulama

### Örnek 1:

Bakır plakaların eğilmelerini araştırmak için sıcaklık ve levhaların bakır oranı olmak üzere iki faktörlü bir deney tasarlanmıştır. Bu deneyde her bir faktör düzeyi kombinasyonunda (her bir hücrede) 2 gözlem yapılmıştır. Bu deney sonucunda elde edilen veriler aşağıda verilmiştir.  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyinde aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- Her iki faktörün eğilme miktarını etkilediğini gösteren kanıt var mıdır?
- Etkileşim grafiğini çiziniz. Faktörler arasında herhangi bir etkileşim var mıdır?
- Varsayımların kontrolünü yapınız.
- Faktörlerin düzeyleri arasında anlamlı fark var ise farklılığın olduğu düzeyleri ikili karşılaştırmalar yaparak belirleyiniz.

```
y1<-  
c(17,20,16,21,24,22,28,27,12,9,18,13,17,12,27,31,16,12,18,21,25,23,30,23,21,17,23,21,23,22,29,31)  
#sicaklik<-factor(rep(c("50C","75C","100C","125C"), each = 8)) # 50C, 75C,  
100C, 125C  
#bakirorani<-factor(rep(rep(c("%40","%60","%80","%100"), each = 2))) # %40,  
%60, %80, %100  
  
sicaklik<-factor(rep(1:4, each = 8))  
bakirorani<-factor(rep(rep(1:4),each = 2))  
  
data1<- data.frame(y1,sicaklik,bakirorani)  
print(data1)
```

```
##   y1 sicaklik bakirorani
## 1  17         1          1
## 2  20         1          1
## 3  16         1          2
## 4  21         1          2
## 5  24         1          3
## 6  22         1          3
## 7  28         1          4
## 8  27         1          4
## 9  12         2          1
## 10 9         2          1
## 11 18         2          2
## 12 13         2          2
## 13 17         2          3
## 14 12         2          3
## 15 27         2          4
## 16 31         2          4
## 17 16         3          1
## 18 12         3          1
## 19 18         3          2
## 20 21         3          2
## 21 25         3          3
## 22 23         3          3
## 23 30         3          4
## 24 23         3          4
## 25 21         4          1
## 26 17         4          1
## 27 23         4          2
## 28 21         4          2
## 29 23         4          3
## 30 22         4          3
## 31 29         4          4
## 32 31         4          4
```

## Çözüm:

a)

```
tapply(data1$y1,data1$sicaklik,mean)
```

```
##      1      2      3      4
## 21.875 17.375 21.000 23.375
```

```
tapply(data1$y1,data1$bakirorani,mean)
```

```
##      1      2      3      4
## 15.500 18.875 21.000 28.250
```

Faktörler arasında etkileşim olduğunda iki faktörlü ANOVA aşağıdaki gibi uygulanır. Faktörler sicaklik ve bakirorani için "sicaklik \* bakirorani" biçiminde faktörlerin

etkileşimleri de kullanılır. Ayrıca, “sicaklik + bakirorani + sicaklik:bakirorani” biçiminde de kullanılabilir. İki yazım biçimiyle aynı sonuçlar elde edilecektir.

```
anova1<-aov(y1~ sicaklik * bakirorani , data = data1)
summary(anova1)

##              Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## sicaklik      3  156.1   52.03   7.673 0.00213 **
## bakirorani    3  698.3  232.78  34.327 3.35e-07 ***
## sicaklik:bakirorani 9  113.8   12.64   1.864 0.13275
## Residuals    16  108.5    6.78
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

anova2<-aov(y1~ sicaklik + bakirorani + sicaklik:bakirorani, data = data1)
summary(anova2)

##              Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## sicaklik      3  156.1   52.03   7.673 0.00213 **
## bakirorani    3  698.3  232.78  34.327 3.35e-07 ***
## sicaklik:bakirorani 9  113.8   12.64   1.864 0.13275
## Residuals    16  108.5    6.78
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

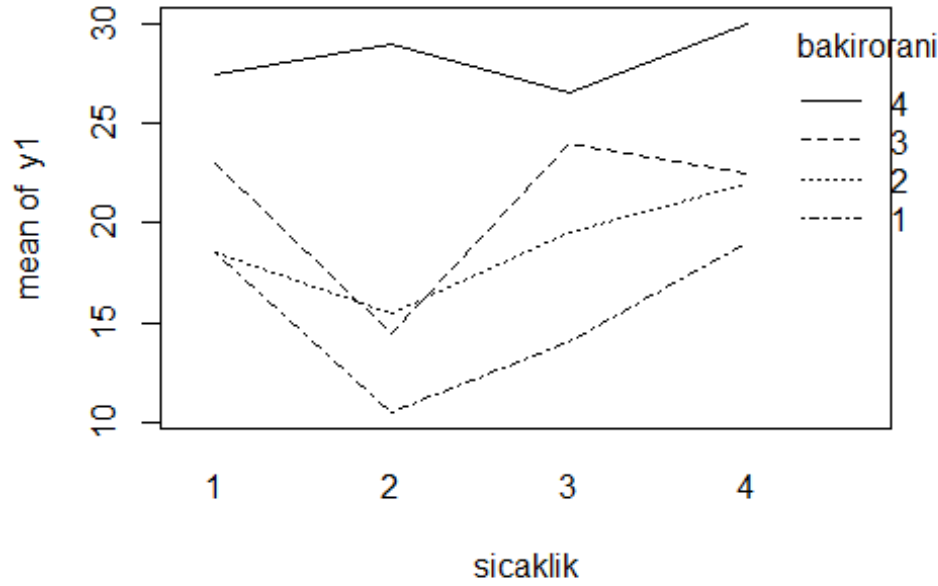
ANOVA'nın sonuçlar göre her iki faktörün (sıcaklık ve bakır oranı) düzeyleri arasında anlamlı farklılıklar vardır. Ancak, faktörler arasındaki etkileşim için  $p - value = 0.13275 > 0.05$  olduğundan faktörler arasındaki etkileşimin etkisi anlamlı değildir

## b)

**Etkileşim grafiği** faktörler arasındaki etkileşimin anlamlı olup olmadığı için kullanılan grafiksel bir yöntemdir ve pratikte sıklıkla kullanılır. Ayrıca, istatistiksel testler yardımı ile etkileşimin anlamlılığı test edilebilir.

Bu verideki faktörler için ANOVA sonucunda göre faktörler arasındaki etkileşim etkisini anlamlı olmadığı sonucunu elde etmiştik. Ek olarak bu durumda etkileşim grafiğinin nasıl olduğuna bakalım. Bu grafik aşağıdaki gibi çizdirilebilir.

```
with(data1, interaction.plot(x.factor = sicaklik , trace.factor = bakirorani,
response = y1))
```



Yukarıdaki grafik, sıcaklik faktörünün 4 düzeyine karşılık bakirorani faktörünün her bir düzeyi için bu faktörlerin düzeylerinin kombinasyonları için ortalamaların grafiğidir.

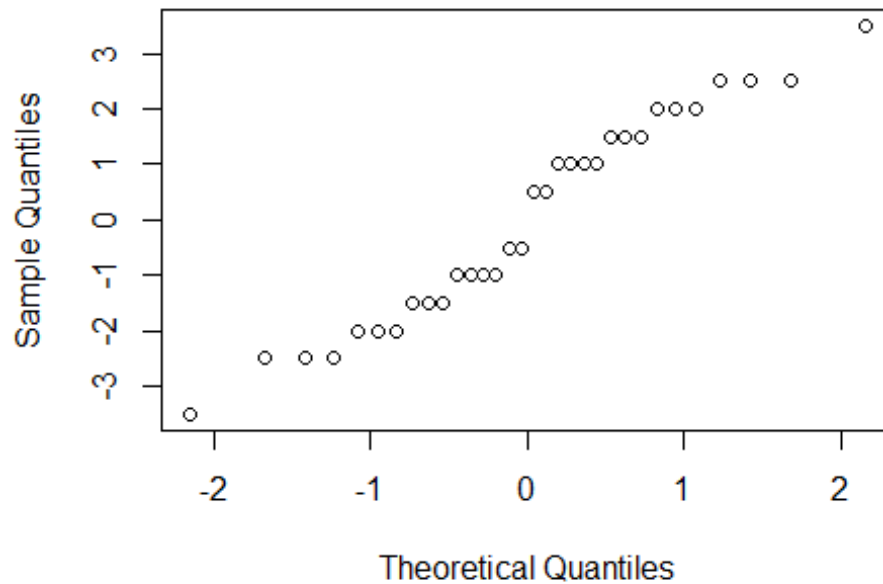
Bu grafikteki doğrular birbirlerine tam olarak paralel değildir ve kesiştikleri noktalar olmasına rağmen etkileşim anlamlı değildir. Grafik yönteminin sonucu test ile kontrol edilmelidir.

c)

Varsayımların kontrolü aşağıdaki gibi yapılır.

```
qqnorm(residuals(anova1))
```

## Normal Q-Q Plot



```
shapiro.test(residuals(anova1))  
  
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data: residuals(anova1)  
## W = 0.95013, p-value = 0.1454  
  
ks.test(residuals(anova1), "pnorm", mean(residuals(anova1)), sd(residuals(anova1)))  
  
## Warning in ks.test(residuals(anova1), "pnorm", mean(residuals(anova1)), :  
ties  
## should not be present for the Kolmogorov-Smirnov test  
  
##  
## One-sample Kolmogorov-Smirnov test  
##  
## data: residuals(anova1)  
## D = 0.14101, p-value = 0.5479  
## alternative hypothesis: two-sided  
  
library(goftest)  
ad.test(residuals(anova1), "pnorm", mean=mean(residuals(anova1)), sd=sd(residuals(anova1)), estimated=TRUE)  
  
##  
## Anderson-Darling test of goodness-of-fit
```

```

## Braun's adjustment using 6 groups
## Null hypothesis: Normal distribution
## with parameters mean = 1.11022302462516e-16, sd = 1.87082869338697
## Parameters assumed to have been estimated from data
##
## data: residuals(anova1)
## Anmax = 1.5587, p-value = 0.6584

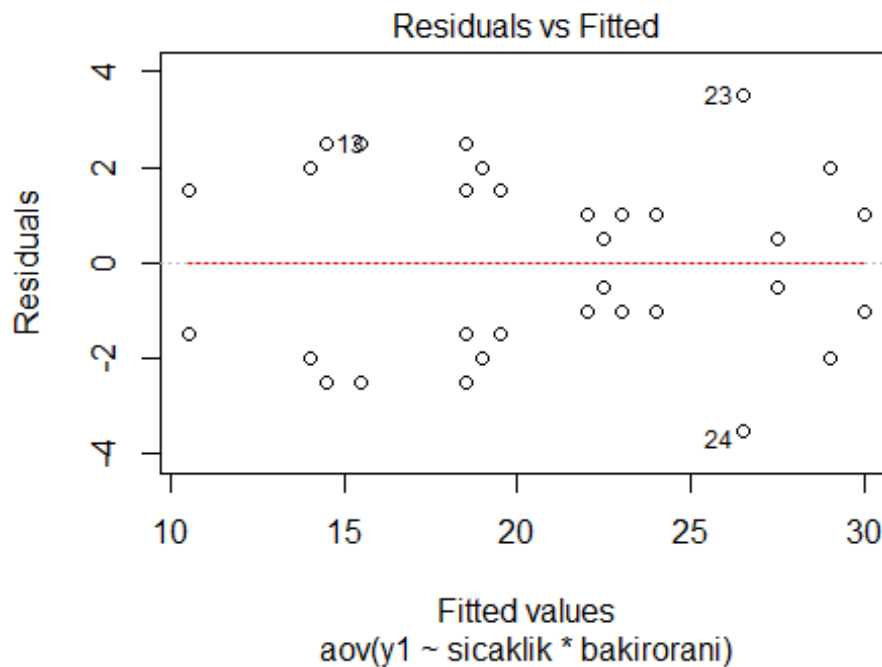
cvm.test(residuals(anova1), "pnorm", mean=mean(residuals(anova1)), sd=sd(residuals(anova1)), estimated=TRUE)

##
## Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
## Braun's adjustment using 6 groups
## Null hypothesis: Normal distribution
## with parameters mean = 1.11022302462516e-16, sd = 1.87082869338697
## Parameters assumed to have been estimated from data
##
## data: residuals(anova1)
## omega2max = 0.69638, p-value = 0.05591

```

Faktör düzeylerinin varyanslarının homojenliği için Bartlett ve Levene testlerini kullanırız. Ayrıca, modelden tahmin edilen yanıt değişkeni değerleri  $\hat{y}_{ijkl}$  ile artıkların grafiğini çizerek de yorum yapabiliriz.

```
plot(anova1, 1)
```



Bu örneğimizde 2 ana faktör ve toplam  $4 \times 4 = 16$  düzey (deneme) kombinasyonu bulunmaktadır. Varyansların homojenliği için her bir deneme kombinasyonunun varyanslarının aynı olup olmadığını test ederiz. Bunun için aşağıdaki hipotezleri test ederiz.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_{15}^2 = \sigma_{16}^2$$

ve

$H_1$ : En az bir  $(i, j)$  için  $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$  (Yani 16 düzey kombinasyonundan en az birinin varyansı diğerlerinden farklıdır)

Bartlett testini birden fazla faktör olduğunda (her bir grupta 1 den fazla gözlem olduğunda) aşağıdaki gibi kullanırız.

```
bartlett.test(y1 ~ interaction(sicaklik,bakirorani))
```

```
##  
## Bartlett test of homogeneity of variances  
##  
## data: y1 by interaction(sicaklik, bakirorani)  
## Bartlett's K-squared = 5.6964, df = 15, p-value = 0.9844
```

Görüldüğü gibi 2 faktörümüz için toplam düzey kombinasyonu 16 olduğundan testin serbestlik derecesi  $df=15$  olur.

**Bu test ile 16 farklı gruptaki gözlemler için grupların varyanslarının homojenliği test ediliyor.**

Benzer biçimde, Levene testini birden fazla faktör olduğunda testin içinde bu faktörleri yazarak kullanırız. Burada 2 tane faktörümüz olduğu için aşağıdaki gibi uygularız.

```
library(car)
```

```
## Loading required package: carData
```

```
leveneTest(y1 ~ as.factor(sicaklik)*as.factor(bakirorani),data=data1 )  
#medyana göre
```

```
## Warning in anova.lm(lm(resp ~ group)): ANOVA F-tests on an essentially  
perfect
```

```
## fit are unreliable
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
```

```
##      Df    F value    Pr(>F)
```

```
## group 15 1.6067e+30 < 2.2e-16 ***
```

```
##      16
```

```
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
leveneTest(y1 ~ (data1$sicaklik)*(data1$bakirorani))
```

```
## Warning in anova.lm(lm(resp ~ group)): ANOVA F-tests on an essentially
perfect
## fit are unreliable

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##      Df    F value    Pr(>F)
## group 15 1.6067e+30 < 2.2e-16 ***
##      16
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
leveneTest(y1 ~ as.factor(sicaklik)*as.factor(bakirorani),data=data1,mean)
#ortalamaya göre
```

```
## Warning in anova.lm(lm(resp ~ group)): ANOVA F-tests on an essentially
perfect
## fit are unreliable

## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = mean)
##      Df    F value    Pr(>F)
## group 15 1.6067e+30 < 2.2e-16 ***
##      16
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Yukarıdaki sonuçlara Bartlett testinin sonucuna göre varsayımlar sağlanmıştır. Normallik varsayımı da sağlandığı için Bartlett testinin sonucu güvenilirdir.

#### d)

Her iki faktörün 4'er düzeyi olduğundan her faktörün kendi içindeki ikili karşılaştırmalarının sayısı  $\binom{4}{2} = 6$  dır. Ancak, toplam düzey (deneme) kombinasyonu  $4 \times 4 = 16$ 'dır. Bu nedenle faktör düzeylerinin etkileşimlerinin ikili karşılaştırmalarının sayısı 16 düzey kombinasyonundaki ikili karşılaştırmaların sayısı olan  $\binom{16}{2} = 120$ 'dir.

Tukey testi ile ikili karşılaştırmaları yapalım.

```
TukeyHSD(anova1)
```

```
## Tukey multiple comparisons of means
## 95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = y1 ~ sicaklik * bakirorani, data = data1)
##
## $sicaklik
##      diff      lwr      upr    p adj
## 2-1 -4.500 -8.225167 -0.774833 0.0154509
## 3-1 -0.875 -4.600167  2.850167 0.9061196
## 4-1  1.500 -2.225167  5.225167 0.6640491
## 3-2  3.625 -0.100167  7.350167 0.0579021
## 4-2  6.000  2.274833  9.725167 0.0014920
## 4-3  2.375 -1.350167  6.100167 0.2985670
```



```

##
## $bakirorani
##      diff      lwr      upr      p adj
## 2-1  3.375 -0.350167  7.100167 0.0828989
## 3-1  5.500  1.774833  9.225167 0.0032464
## 4-1 12.750  9.024833 16.475167 0.0000002
## 3-2  2.125 -1.600167  5.850167 0.3896084
## 4-2  9.375  5.649833 13.100167 0.0000115
## 4-3  7.250  3.524833 10.975167 0.0002247
##
## $`sicaklik:bakirorani`
##      diff      lwr      upr      p adj
## 2:1-1:1 -8.000000e+00 -18.42572977  2.42573 0.2397789
## 3:1-1:1 -4.500000e+00 -14.92572977  5.92573 0.9101376
## 4:1-1:1  5.000000e-01  -9.92572977 10.92573 1.0000000
## 1:2-1:1  1.421085e-14 -10.42572977 10.42573 1.0000000
## 2:2-1:1 -3.000000e+00 -13.42572977  7.42573 0.9966674
## 3:2-1:1  1.000000e+00  -9.42572977 11.42573 1.0000000
## 4:2-1:1  3.500000e+00  -6.92572977 13.92573 0.9862209
## 1:3-1:1  4.500000e+00  -5.92572977 14.92573 0.9101376
## 2:3-1:1 -4.000000e+00 -14.42572977  6.42573 0.9599208
## 3:3-1:1  5.500000e+00  -4.92572977 15.92573 0.7367831
## 4:3-1:1  4.000000e+00  -6.42572977 14.42573 0.9599208
## 1:4-1:1  9.000000e+00  -1.42572977 19.42573 0.1299763
## 2:4-1:1  1.050000e+01   0.07427023 20.92573 0.0474917
## 3:4-1:1  8.000000e+00  -2.42572977 18.42573 0.2397789
## 4:4-1:1  1.150000e+01   1.07427023 21.92573 0.0235249
## 3:1-2:1  3.500000e+00  -6.92572977 13.92573 0.9862209
## 4:1-2:1  8.500000e+00  -1.92572977 18.92573 0.1779267
## 1:2-2:1  8.000000e+00  -2.42572977 18.42573 0.2397789
## 2:2-2:1  5.000000e+00  -5.42572977 15.42573 0.8343354
## 3:2-2:1  9.000000e+00  -1.42572977 19.42573 0.1299763
## 4:2-2:1  1.150000e+01   1.07427023 21.92573 0.0235249
## 1:3-2:1  1.250000e+01   2.07427023 22.92573 0.0115407
## 2:3-2:1  4.000000e+00  -6.42572977 14.42573 0.9599208
## 3:3-2:1  1.350000e+01   3.07427023 23.92573 0.0056573
## 4:3-2:1  1.200000e+01   1.57427023 22.42573 0.0164866
## 1:4-2:1  1.700000e+01   6.57427023 27.42573 0.0004995
## 2:4-2:1  1.850000e+01   8.07427023 28.92573 0.0001860
## 3:4-2:1  1.600000e+01   5.57427023 26.42573 0.0009838
## 4:4-2:1  1.950000e+01   9.07427023 29.92573 0.0000982
## 4:1-3:1  5.000000e+00  -5.42572977 15.42573 0.8343354
## 1:2-3:1  4.500000e+00  -5.92572977 14.92573 0.9101376
## 2:2-3:1  1.500000e+00  -8.92572977 11.92573 0.9999991
## 3:2-3:1  5.500000e+00  -4.92572977 15.92573 0.7367831
## 4:2-3:1  8.000000e+00  -2.42572977 18.42573 0.2397789
## 1:3-3:1  9.000000e+00  -1.42572977 19.42573 0.1299763
## 2:3-3:1  5.000000e-01  -9.92572977 10.92573 1.0000000
## 3:3-3:1  1.000000e+01  -0.42572977 20.42573 0.0669814
## 4:3-3:1  8.500000e+00  -1.92572977 18.92573 0.1779267

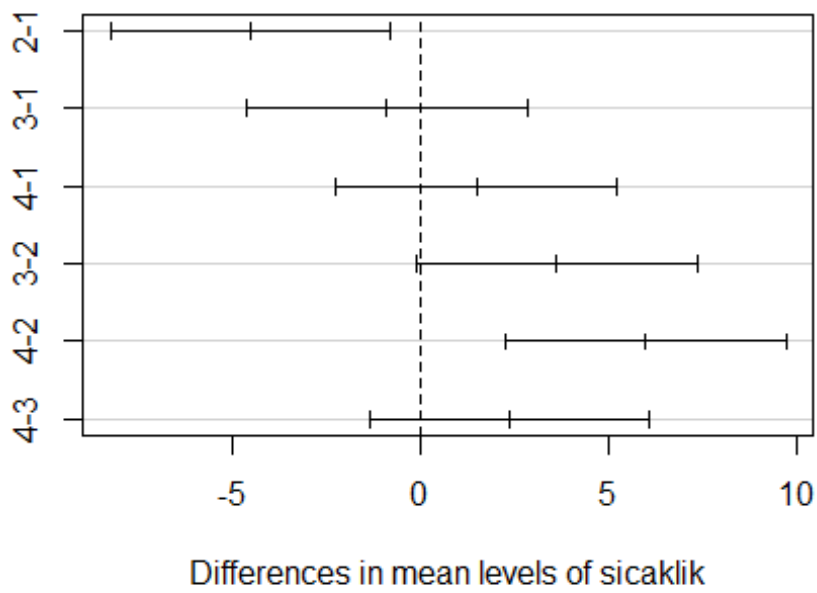
```

##	1:4-3:1	1.350000e+01	3.07427023	23.92573	0.0056573
##	2:4-3:1	1.500000e+01	4.57427023	25.42573	0.0019645
##	3:4-3:1	1.250000e+01	2.07427023	22.92573	0.0115407
##	4:4-3:1	1.600000e+01	5.57427023	26.42573	0.0009838
##	1:2-4:1	-5.000000e-01	-10.92572977	9.92573	1.0000000
##	2:2-4:1	-3.500000e+00	-13.92572977	6.92573	0.9862209
##	3:2-4:1	5.000000e-01	-9.92572977	10.92573	1.0000000
##	4:2-4:1	3.000000e+00	-7.42572977	13.42573	0.9966674
##	1:3-4:1	4.000000e+00	-6.42572977	14.42573	0.9599208
##	2:3-4:1	-4.500000e+00	-14.92572977	5.92573	0.9101376
##	3:3-4:1	5.000000e+00	-5.42572977	15.42573	0.8343354
##	4:3-4:1	3.500000e+00	-6.92572977	13.92573	0.9862209
##	1:4-4:1	8.500000e+00	-1.92572977	18.92573	0.1779267
##	2:4-4:1	1.000000e+01	-0.42572977	20.42573	0.0669814
##	3:4-4:1	7.500000e+00	-2.92572977	17.92573	0.3169789
##	4:4-4:1	1.100000e+01	0.57427023	21.42573	0.0334886
##	2:2-1:2	-3.000000e+00	-13.42572977	7.42573	0.9966674
##	3:2-1:2	1.000000e+00	-9.42572977	11.42573	1.0000000
##	4:2-1:2	3.500000e+00	-6.92572977	13.92573	0.9862209
##	1:3-1:2	4.500000e+00	-5.92572977	14.92573	0.9101376
##	2:3-1:2	-4.000000e+00	-14.42572977	6.42573	0.9599208
##	3:3-1:2	5.500000e+00	-4.92572977	15.92573	0.7367831
##	4:3-1:2	4.000000e+00	-6.42572977	14.42573	0.9599208
##	1:4-1:2	9.000000e+00	-1.42572977	19.42573	0.1299763
##	2:4-1:2	1.050000e+01	0.07427023	20.92573	0.0474917
##	3:4-1:2	8.000000e+00	-2.42572977	18.42573	0.2397789
##	4:4-1:2	1.150000e+01	1.07427023	21.92573	0.0235249
##	3:2-2:2	4.000000e+00	-6.42572977	14.42573	0.9599208
##	4:2-2:2	6.500000e+00	-3.92572977	16.92573	0.5145960
##	1:3-2:2	7.500000e+00	-2.92572977	17.92573	0.3169789
##	2:3-2:2	-1.000000e+00	-11.42572977	9.42573	1.0000000
##	3:3-2:2	8.500000e+00	-1.92572977	18.92573	0.1779267
##	4:3-2:2	7.000000e+00	-3.42572977	17.42573	0.4094393
##	1:4-2:2	1.200000e+01	1.57427023	22.42573	0.0164866
##	2:4-2:2	1.350000e+01	3.07427023	23.92573	0.0056573
##	3:4-2:2	1.100000e+01	0.57427023	21.42573	0.0334886
##	4:4-2:2	1.450000e+01	4.07427023	24.92573	0.0027885
##	4:2-3:2	2.500000e+00	-7.92572977	12.92573	0.9995049
##	1:3-3:2	3.500000e+00	-6.92572977	13.92573	0.9862209
##	2:3-3:2	-5.000000e+00	-15.42572977	5.42573	0.8343354
##	3:3-3:2	4.500000e+00	-5.92572977	14.92573	0.9101376
##	4:3-3:2	3.000000e+00	-7.42572977	13.42573	0.9966674
##	1:4-3:2	8.000000e+00	-2.42572977	18.42573	0.2397789
##	2:4-3:2	9.500000e+00	-0.92572977	19.92573	0.0937652
##	3:4-3:2	7.000000e+00	-3.42572977	17.42573	0.4094393
##	4:4-3:2	1.050000e+01	0.07427023	20.92573	0.0474917
##	1:3-4:2	1.000000e+00	-9.42572977	11.42573	1.0000000
##	2:3-4:2	-7.500000e+00	-17.92572977	2.92573	0.3169789
##	3:3-4:2	2.000000e+00	-8.42572977	12.42573	0.9999636
##	4:3-4:2	5.000000e-01	-9.92572977	10.92573	1.0000000

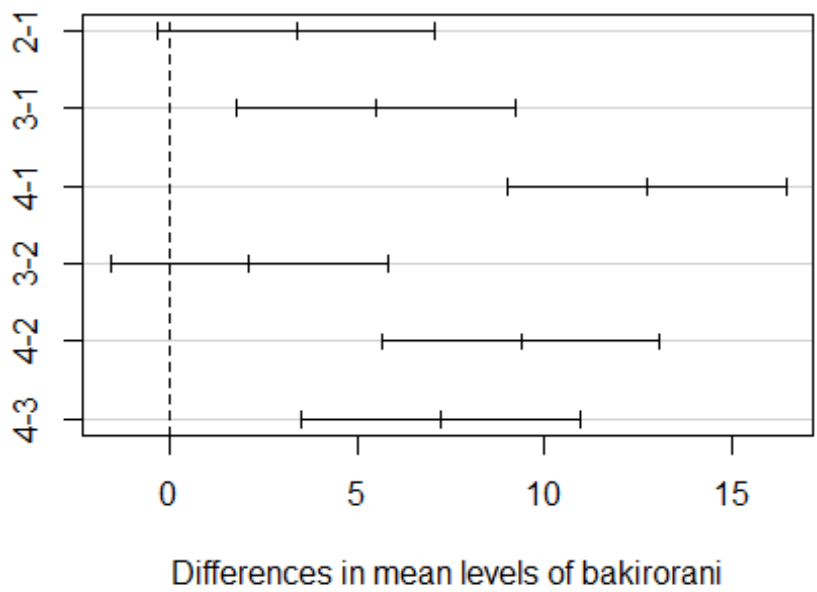
```
## 1:4-4:2 5.500000e+00 -4.92572977 15.92573 0.7367831
## 2:4-4:2 7.000000e+00 -3.42572977 17.42573 0.4094393
## 3:4-4:2 4.500000e+00 -5.92572977 14.92573 0.9101376
## 4:4-4:2 8.000000e+00 -2.42572977 18.42573 0.2397789
## 2:3-1:3 -8.500000e+00 -18.92572977 1.92573 0.1779267
## 3:3-1:3 1.000000e+00 -9.42572977 11.42573 1.0000000
## 4:3-1:3 -5.000000e-01 -10.92572977 9.92573 1.0000000
## 1:4-1:3 4.500000e+00 -5.92572977 14.92573 0.9101376
## 2:4-1:3 6.000000e+00 -4.42572977 16.42573 0.6266802
## 3:4-1:3 3.500000e+00 -6.92572977 13.92573 0.9862209
## 4:4-1:3 7.000000e+00 -3.42572977 17.42573 0.4094393
## 3:3-2:3 9.500000e+00 -0.92572977 19.92573 0.0937652
## 4:3-2:3 8.000000e+00 -2.42572977 18.42573 0.2397789
## 1:4-2:3 1.300000e+01 2.57427023 23.42573 0.0080773
## 2:4-2:3 1.450000e+01 4.07427023 24.92573 0.0027885
## 3:4-2:3 1.200000e+01 1.57427023 22.42573 0.0164866
## 4:4-2:3 1.550000e+01 5.07427023 25.92573 0.0013880
## 4:3-3:3 -1.500000e+00 -11.92572977 8.92573 0.9999991
## 1:4-3:3 3.500000e+00 -6.92572977 13.92573 0.9862209
## 2:4-3:3 5.000000e+00 -5.42572977 15.42573 0.8343354
## 3:4-3:3 2.500000e+00 -7.92572977 12.92573 0.9995049
## 4:4-3:3 6.000000e+00 -4.42572977 16.42573 0.6266802
## 1:4-4:3 5.000000e+00 -5.42572977 15.42573 0.8343354
## 2:4-4:3 6.500000e+00 -3.92572977 16.92573 0.5145960
## 3:4-4:3 4.000000e+00 -6.42572977 14.42573 0.9599208
## 4:4-4:3 7.500000e+00 -2.92572977 17.92573 0.3169789
## 2:4-1:4 1.500000e+00 -8.92572977 11.92573 0.9999991
## 3:4-1:4 -1.000000e+00 -11.42572977 9.42573 1.0000000
## 4:4-1:4 2.500000e+00 -7.92572977 12.92573 0.9995049
## 3:4-2:4 -2.500000e+00 -12.92572977 7.92573 0.9995049
## 4:4-2:4 1.000000e+00 -9.42572977 11.42573 1.0000000
## 4:4-3:4 3.500000e+00 -6.92572977 13.92573 0.9862209
```

`plot(TukeyHSD(anova1))` *#karşılaştırmalar için %95 güven aralıklarını çizdiririz*

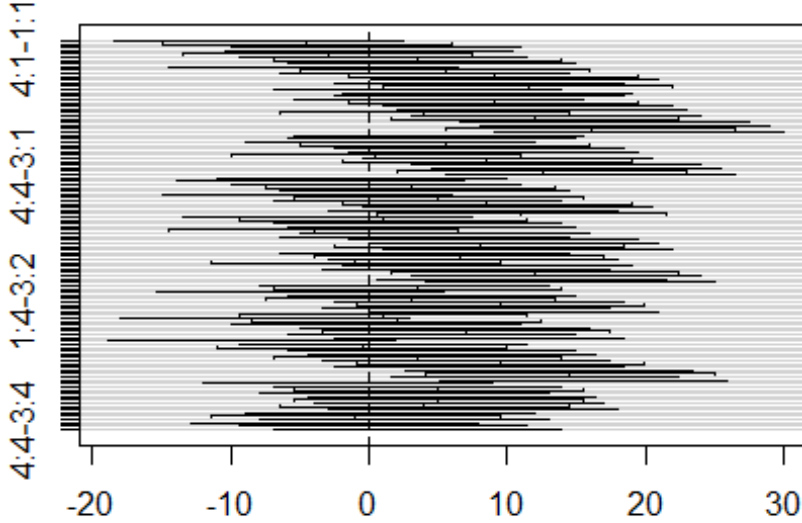
### 95% family-wise confidence level



### 95% family-wise confidence level



## 95% family-wise confidence level



Differences in mean levels of sicaklik.bakirorani

Bu sonuçlara göre  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  gibi bir ikili karşılaştırmada eğer  $p - value > 0.05$  veya ilgili güven aralığı 0 noktasını içeriyorsa  $H_0$  hipotezi kabul edilir. Bu durumda bu düzeyler arasında anlamlı bir farklılık yoktur, benzerdir sonucuna varırız.

Eğer  $p - value < 0.05$  veya ilgili güven aralığı 0 noktasını içermiyorsa  $H_0$  hipotezi red edilir. Bu durumda bu düzeyler arasında anlamlı bir farklılık vardır sonucunu elde ederiz.

Yukarıdaki sonuçlara göre:

Sıcaklıklar için 75C ile 125C ve 75C ile 50C arasında anlamlı fark vardır.

Bakır oranı için %60 ile %40 ve %80 ile %60 arasında anlamlı fark vardır. Benzer olarak faktör kombinasyonlarının karşılaştırmaları da yorumlanır.

**ÖDEV** Sizde diğer ikili karşılaştırma testlerini uygulayarak sonuçları karşılaştırınız.

### Örnek 2:

Bir mühendis yüzey pürüzlülüğünün kullanılan boya türünden ve kuruma süresinden etkilendiğinden şüphelenir. 15, 20 ve 25 dakikalık üç kuruma süresini seçip iki boya kullanır. Bu deney sonucunda elde edilen veriler aşağıda verilmiştir.  $\alpha = 0.05$  anlamlılık düzeyinde aşağıdaki soruları cevaplayınız.

**a)** İki faktörlü faktöriyel tasarım kullanarak bu deney ile ilgili hipotezleri yazınız ve  $\alpha=0.05$  anlamlılık düzeyinde test ediniz?

**b)** Artıkları kullanarak varsayımları kontrol ediniz.

c) Faktörlerin düzeyleri arasında anlamlı fark var ise farklılığın olduğu düzeyleri ikili karşılaştırmalar yaparak belirleyiniz.

```
y2<-c(75,73,78,64,60,85,50,44,90,92,95,66,86,73,45,70,88,85)
boya<-factor(rep(1:2, each = 9)) # boya tipi
ksure<-factor(rep(1:3, times = 3)) #kuruma süresi
```

```
data2<- data.frame(y2,boya,ksure)
print(data2)
```

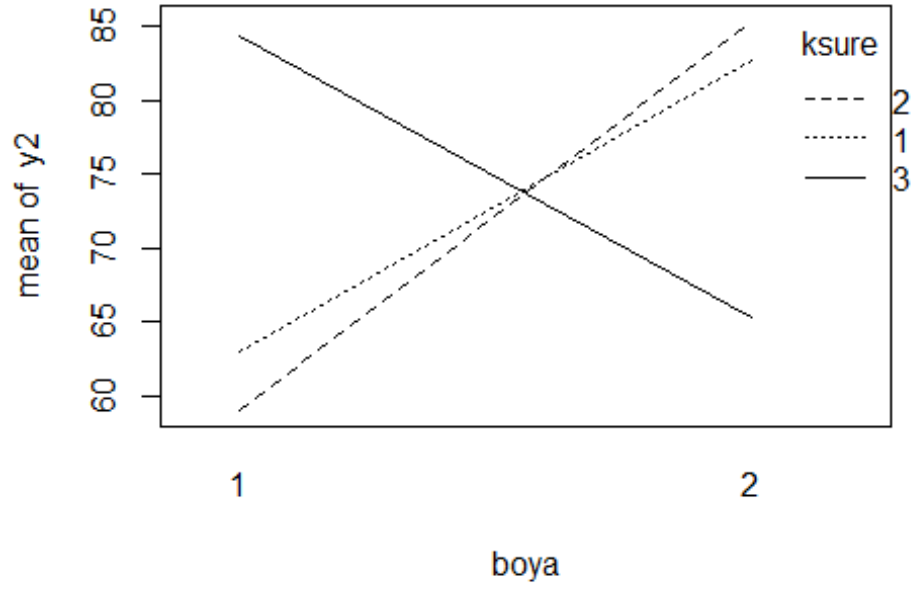
```
##      y2 boya ksure
## 1  75     1     1
## 2  73     1     2
## 3  78     1     3
## 4  64     1     1
## 5  60     1     2
## 6  85     1     3
## 7  50     1     1
## 8  44     1     2
## 9  90     1     3
## 10 92     2     1
## 11 95     2     2
## 12 66     2     3
## 13 86     2     1
## 14 73     2     2
## 15 45     2     3
## 16 70     2     1
## 17 88     2     2
## 18 85     2     3
```

**Çözüm:**

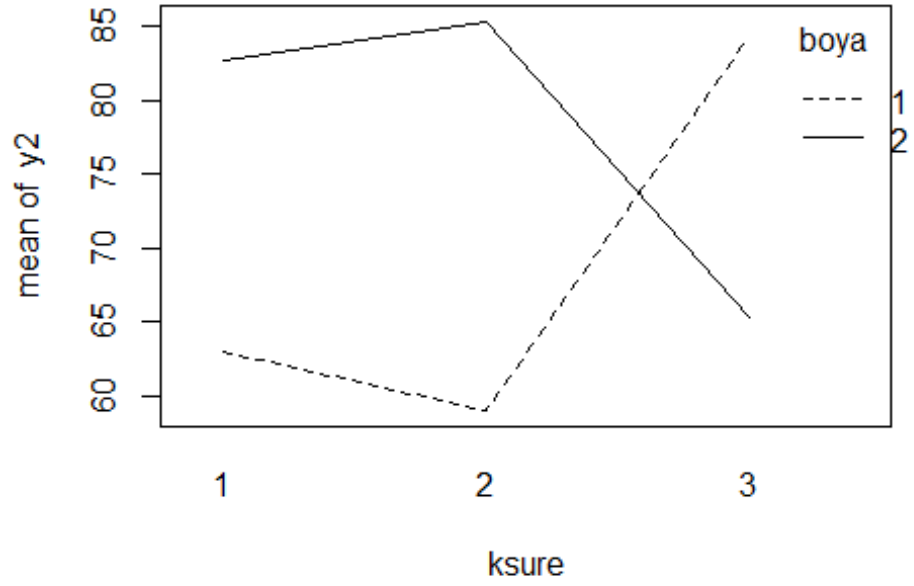
a)

Etkileşim grafikleri aşağıdaki gibi olur. Faktör düzeyleri arasında etkileşim olduğu düşünülebilir.

```
with(data2, interaction.plot(x.factor =boya , trace.factor = ksure, response
= y2))
```



```
with(data2, interaction.plot(x.factor =ksure , trace.factor = boya, response = y2))
```



Faktörler arasında etkileşim olduğunda iki faktörlü ANOVA aşağıdaki gibi uygulanır.

```
anova2<-aov(y2~ boya * ksüre , data = data2)
summary(anova2)
```

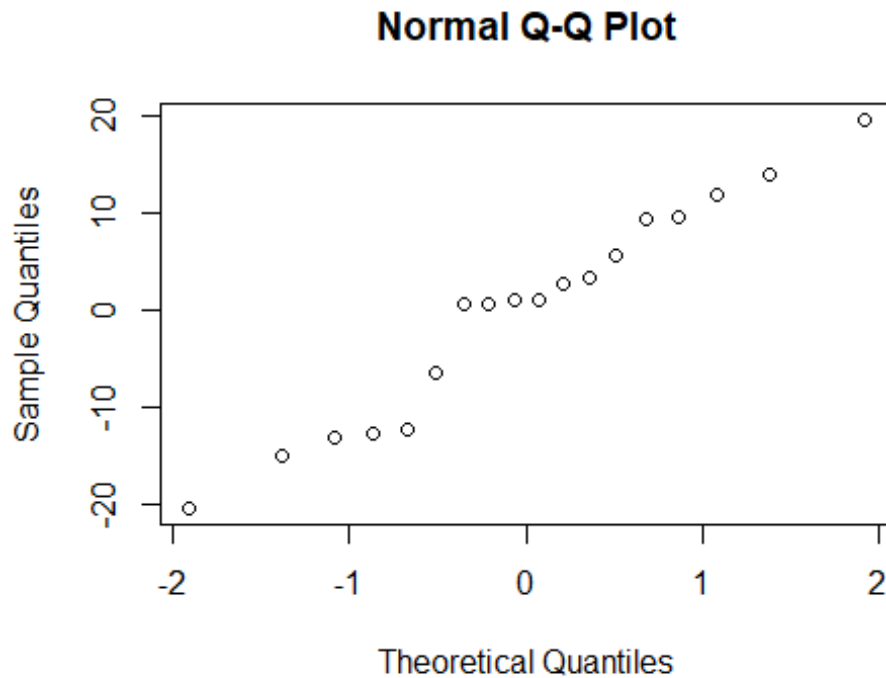
```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## boya      1  364.5   364.5    2.063 0.1765
## ksüre     2   23.1    11.6    0.065 0.9370
## boya:ksüre 2 1797.3   898.7    5.085 0.0251 *
## Residuals 12 2120.7   176.7
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Bu sonuçlara göre ana faktörlerin düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık yoktur. Ancak, faktörlerin etkileşimlerinin etkisi anlamlıdır.

**b)**

Varsayımların kontrolü aşağıdaki gibi yapılır.

```
qqnorm(residuals(anova2))
```



```
shapiro.test(residuals(anova2))
```

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: residuals(anova2)
## W = 0.95828, p-value = 0.5688
```



```

ks.test(residuals(anova2), "pnorm", mean(residuals(anova2)), sd(residuals(anova2)))

##
## One-sample Kolmogorov-Smirnov test
##
## data: residuals(anova2)
## D = 0.19047, p-value = 0.4738
## alternative hypothesis: two-sided

library(goftest)
ad.test(residuals(anova2), "pnorm", mean=mean(residuals(anova2)), sd=sd(residuals(anova2)), estimated=TRUE)

##
## Anderson-Darling test of goodness-of-fit
## Braun's adjustment using 4 groups
## Null hypothesis: Normal distribution
## with parameters mean = 4.95359925917822e-17, sd = 11.1689345077861
## Parameters assumed to have been estimated from data
##
## data: residuals(anova2)
## Anmax = 1.0011, p-value = 0.8223

cvm.test(residuals(anova2), "pnorm", mean=mean(residuals(anova2)), sd=sd(residuals(anova2)), estimated=TRUE)

##
## Cramer-von Mises test of goodness-of-fit
## Braun's adjustment using 4 groups
## Null hypothesis: Normal distribution
## with parameters mean = 4.95359925917822e-17, sd = 11.1689345077861
## Parameters assumed to have been estimated from data
##
## data: residuals(anova2)
## omega2max = 0.43078, p-value = 0.2025

```

Boya ve kuruma süresi için toplam  $4 \times 2 = 8$  düzey kombinasyonu olur. Bu nedenle testin  $df=7$  olmalıdır.

```

bartlett.test(y2 ~ interaction(boya,ksure)) #

##
## Bartlett test of homogeneity of variances
##
## data: y2 by interaction(boya, ksure)
## Bartlett's K-squared = 2.2655, df = 5, p-value = 0.8113

library(car)
leveneTest(y2~ boya*ksure,data=data2) #medyana göre

```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##      Df F value Pr(>F)
## group  5  0.4327 0.8174
##      12
```

```
leveneTest(y2~ boya*ksure,data=data2,mean) #medyana göre
```

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = mean)
##      Df F value Pr(>F)
## group  5  0.5705 0.7216
##      12
```

Yukarıdaki sonuçlara göre homojen varyanslılık varsayımı sağlanmıştır.

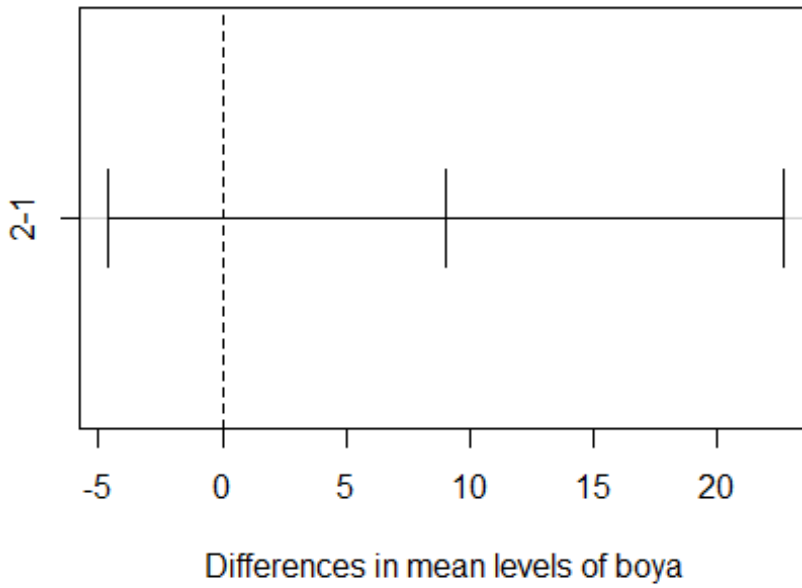
c) Ana faktörlerin düzeyleri arasında farklılık yoktur ancak etkileşimleri anlamlıdır. Bu nedenle etkileşimlerinin karşılaştırmaları anlamlı olacaktır.

```
TukeyHSD(anova2)
```

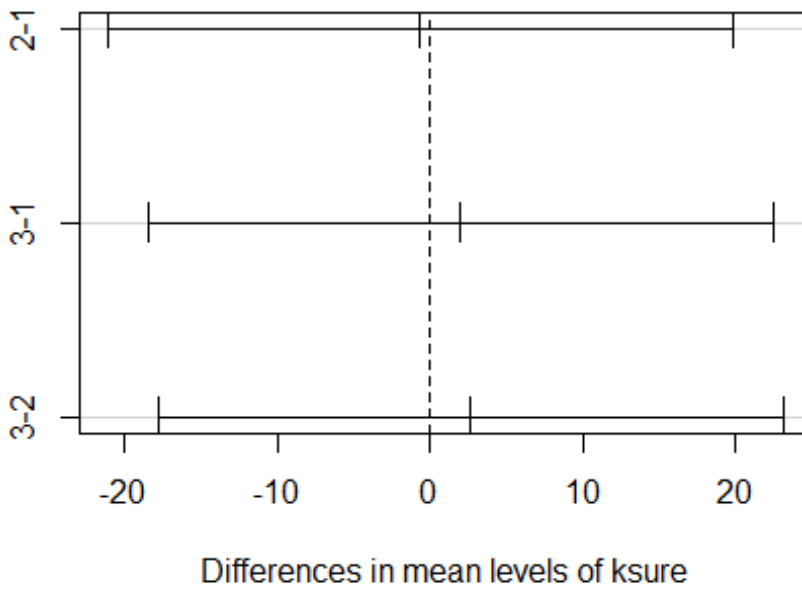
```
## Tukey multiple comparisons of means
## 95% family-wise confidence level
##
## Fit: aov(formula = y2 ~ boya * ksure, data = data2)
##
## $boya
##      diff      lwr      upr    p adj
## 2-1     9 -4.653979 22.65398 0.1765099
##
## $ksure
##      diff      lwr      upr    p adj
## 2-1 -0.6666667 -21.14283 19.80950 0.9958505
## 3-1  2.0000000 -18.47616 22.47616 0.9633731
## 3-2  2.6666667 -17.80950 23.14283 0.9359728
##
## $`boya:ksure`
##      diff      lwr      upr    p adj
## 2:1-1:1 19.6666667 -16.79191 56.12524 0.4935771
## 1:2-1:1 -4.0000000 -40.45858 32.45858 0.9988641
## 2:2-1:1 22.3333333 -14.12524 58.79191 0.3678205
## 1:3-1:1 21.3333333 -15.12524 57.79191 0.4126738
## 2:3-1:1  2.3333333 -34.12524 38.79191 0.9999178
## 1:2-2:1 -23.6666667 -60.12524 12.79191 0.3130013
## 2:2-2:1  2.6666667 -33.79191 39.12524 0.9998414
## 1:3-2:1  1.6666667 -34.79191 38.12524 0.9999844
## 2:3-2:1 -17.3333333 -53.79191 19.12524 0.6152125
## 2:2-1:2 26.3333333 -10.12524 62.79191 0.2214081
## 1:3-1:2 25.3333333 -11.12524 61.79191 0.2529370
## 2:3-1:2  6.3333333 -30.12524 42.79191 0.9903067
## 1:3-2:2 -1.0000000 -37.45858 35.45858 0.9999988
## 2:3-2:2 -20.0000000 -56.45858 16.45858 0.4768633
## 2:3-1:3 -19.0000000 -55.45858 17.45858 0.5276461
```

```
plot(TukeyHSD(anova2)) #karşılaştırmalar için %95 güven aralıklarını  
çizdiririz
```

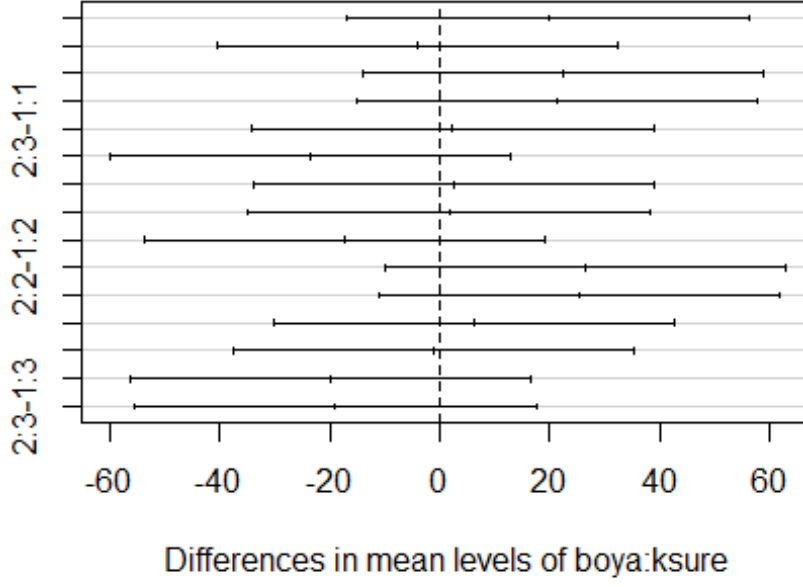
**95% family-wise confidence level**



**95% family-wise confidence level**



## 95% family-wise confidence level



Bu sonuçlara göre etkileşimlerin ikili karşılaştırmalarının hiç birinde anlamlı bir farklılık yoktur. (Tüm  $p - value > 0.05$  bulunmuştur.)