

Latin Kare, Greko-Latin Kare ve Tamamlanmamış Blok Tasarımlar Uygulama

Fatih Kızılaslan

08 05 2020

Örnek 1: (Latin Kare Tasarım Uygulama)

Bir fabrikada çalışan bir mühendis 5 farklı ekip (A,B,C,D,E) tarafından üretilen ürün miktarları ile ilgili istatistiksel analiz yapmak istiyor. Üretilen ürün miktarında kullanılan 5 farklı malzeme türünün ve mesai gününün (hafta içi 5 gün) etkisi olduğu düşünülmektedir. 5 farklı ekibin 5 farklı malzeme ve 5 farklı günde elde ettiği ürün miktarları aşağıdaki gibi (data) elde edilmiştir.

```
y<-c(8,7,1,7,3,11,2,7,3,8,4,9,10,1,5,6,8,6,6,10,4,2,3,8,8)
gun<- factor(rep(1:5, times = 5)) #Günler Blok1
malzeme<- factor(rep(1:5, each = 5)) #Malzeme Blok2
ekip<-factor(c("A","B","D","C","E","C","E","A","D","B","B","A","C","E","D","D","C","E","B","A","E","D",
data<- data.frame(y,gun,malzeme,ekip)
print(data)
```

```
##      y gun malzeme ekip
## 1     8  1       1     A
## 2     7  2       1     B
## 3     1  3       1     D
## 4     7  4       1     C
## 5     3  5       1     E
## 6    11  1       2     C
## 7     2  2       2     E
## 8     7  3       2     A
## 9     3  4       2     D
## 10    8  5       2     B
## 11    4  1       3     B
## 12    9  2       3     A
## 13   10  3       3     C
## 14    1  4       3     E
## 15    5  5       3     D
## 16    6  1       4     D
## 17    8  2       4     C
## 18    6  3       4     E
## 19    6  4       4     B
## 20   10  5       4     A
## 21    4  1       5     E
## 22    2  2       5     D
```

```
## 23 3 3 5 B
## 24 8 4 5 A
## 25 8 5 5 C
```

$\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde bu veriyi kullanarak üretim miktarındaki farklılıkları istatistiksel olarak açıklayınız.

ÇÖZÜM:

Faktörlere göre ortalama üretim miktarları.

```
tapply(data$y,data$ekip,mean)
```

```
## A B C D E
## 8.4 5.6 8.8 3.4 3.2
```

```
tapply(data$y,data$gun,mean)
```

```
## 1 2 3 4 5
## 6.6 5.6 5.4 5.0 6.8
```

```
tapply(data$y,data$malzeme,mean)
```

```
## 1 2 3 4 5
## 5.2 6.2 5.8 7.2 5.0
```

Bir ana faktör ve 2 bloklama faktörü olan Latin kare tasarımı için de “aov” fonksiyonunu kullanırız.

```
anova<-aov(y~ ekip + gun + malzeme , data = data)
summary(anova)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## ekip       4 141.44   35.36  11.309 0.000488 ***
## gun        4  12.24    3.06   0.979 0.455014
## malzeme    4  15.44    3.86   1.235 0.347618
## Residuals 12  37.52    3.13
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Bu sonuca göre, ana faktörümüz “ekip” için $p - value = 0.000488 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi red edilir. Böylece, bu ekiplerin ürettikleri ortalama ürün miktarları arasında anlamlı bir farklılık vardır.

Ayrıca, bu modelin aşağıdaki gibi alt rastgele blok tasarımlarına da inceleyebiliriz.

```
anova1<-aov(y~ ekip + malzeme , data = data)
summary(anova1)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## ekip       4 141.44   35.36  11.370 0.000146 ***
## malzeme    4  15.44    3.86   1.241 0.333144
## Residuals 16  49.76    3.11
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
anova1<-aov(y~ ekip+ gun, data = data)
summary(anova1)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## ekip      4 141.44   35.36  10.683 0.000207 ***
## gun       4  12.24    3.06   0.924 0.474092
## Residuals 16  52.96    3.31
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Örnek 2: (Alıştırma 6.4-3 Şenoğlu ve Acıtaş) (Greko-Latin Kare Tasarım Uygulama)

4 farklı gübre türünün (A,B,C,D) çiçek tohumlarının filizlenmesine olan etkisi araştırılmak isteniyor. Bu amaçla, 4 farklı türde bitki (B_1, B_2, B_3, B_4), 4 farklı çiçekçi (C_1, C_2, C_3, C_4) ve 4 farklı marka saksı toprağı ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$) kullanılıyor. Bir ayın sonunda filizlerin boyları cm cinsinden aşağıdaki veride (data1) gösterildiği gibi ölçülüyor.

```
y1<-c(7.75,6.93,6.82,5.18,5.76,6.54,6.19,4.67,4.48,7.02,5.24,8.07,3.77,6.44,6.00,5.24)
cicekci<-factor(rep(1:4, each = 4))
bitki<-factor(rep(1:4, times = 4))
Latin<-factor(c("A", "C", "D", "B", "D", "B", "A", "C", "B", "D", "C", "A", "C", "A", "B", "D")) #Gübre ana faktör
Greek<-factor(c("alfa", "beta", "gama", "delta", "beta", "alfa", "delta", "gama", "gama", "delta", "alfa", "beta",
data1<- data.frame(y1,cicekci,bitki,Latin,Greek)
print(data1)
```

```
##      y1 cicekci bitki Latin Greek
## 1  7.75      1     1     A  alfa
## 2  6.93      1     2     C  beta
## 3  6.82      1     3     D  gama
## 4  5.18      1     4     B  delta
## 5  5.76      2     1     D  beta
## 6  6.54      2     2     B  alfa
## 7  6.19      2     3     A  delta
## 8  4.67      2     4     C  gama
## 9  4.48      3     1     B  gama
## 10 7.02      3     2     D  delta
## 11 5.24      3     3     C  alfa
## 12 8.07      3     4     A  beta
## 13 3.77      4     1     C  delta
## 14 6.44      4     2     A  gama
## 15 6.00      4     3     B  beta
## 16 5.24      4     4     D  alfa
```

$\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde

- Gübre türleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınavınız.
- Toprak markaları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınavınız.
- Çiçek türleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınavınız.

d) Çiçekçiler arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınamız.

ÇÖZÜM:

```
anova1<-aov(y1~ Latin + cicekci + bitki + Greek, data = data1)
summary(anova1)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Latin         3  8.809   2.9365   5.212  0.104
## cicekci       3  3.761   1.2537   2.225  0.264
## bitki         3  3.592   1.1973   2.125  0.276
## Greek         3  3.530   1.1768   2.089  0.280
## Residuals    3  1.690   0.5634
```

Bu sonuca göre, her bir faktör için $p - value > 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi kabul edilir. Böylece, hem ana faktör (gübre) hem de diğer faktörler için her birinin kendi düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık yoktur.

Rastgele blok tasarımı:

```
anova2<-aov(y1~ Latin+Greek , data = data1)
summary(anova2)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Latin         3  8.809   2.937   2.922  0.0926 .
## Greek         3  3.530   1.177   1.171  0.3736
## Residuals    9  9.043   1.005
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
anova3<-aov(y1~ Latin+bitki , data = data1)
summary(anova3)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Latin         3  8.809   2.937   2.942  0.0913 .
## bitki         3  3.592   1.197   1.200  0.3641
## Residuals    9  8.982   0.998
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
anova4<-aov(y1~ Latin+cicekci , data = data1)
summary(anova4)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## Latin         3  8.809   2.9365   2.999  0.0878 .
## cicekci       3  3.761   1.2537   1.280  0.3389
## Residuals    9  8.813   0.9792
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Rastgele blok tasarımlar için de analiz sonuçları değişmiyor.

ÖDEV: Sizde bu veri için herhangi iki bloklama faktörünü seçerek oluşturulan Latin kare tasarımlar (toplam 3 tane) için varyans analizi yapınız.

Tamamlanmamış Blok Tasarım Uygulama

Örnek 3: (Örnek 10.1 Şenoğlu ve Acıtaş)

Dört farklı yem (A,B,C,D) ineklerin süt verimine olan etkisi araştırılmak isteniyor. Bu amaçla her biri 3 inekten oluşan 4 farklı ırktan (I_1, I_2, I_3, I_4) toplam 12 tane inek kullanılıyor. Bu deneye ilişkin veriler aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

```
y1<-c(50,52,63,49,55,69,51,65,70,57,68,71)
yem<-factor(rep(1:4, each = 3))
irk<-factor(c("1","2","3","1","2","4","1","3","4","2","3","4"))

data1<- data.frame(y1,yem,irk)
print(data1)
```

```
##      y1 yem irk
## 1  50   1   1
## 2  52   1   2
## 3  63   1   3
## 4  49   2   1
## 5  55   2   2
## 6  69   2   4
## 7  51   3   1
## 8  65   3   3
## 9  70   3   4
## 10 57   4   2
## 11 68   4   3
## 12 71   4   4
```

Bu verileri kullanarak, $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde yemler arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınavınız.

ÇÖZÜM:

Verilere göre bu deney dengeli tamamlanmamış blok tasarımıdır. Bu veri için $a = 4, b = 4, r = 3, k = 3$ ve $\lambda = 2$ dir.

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$ ve $H_1 : \text{En az bir } \tau_i \neq 0$ hipotezlerini test ederiz.

Dengeli tamamlanmamış blok tasarımında "aov" fonksiyonunun içinde modelin faktörlerini yazarken önce bloklama faktörü sonra ana faktör yazılmalıdır. Çünkü, bloklama yaparak deney birimleri olabildiğince homojen olacak biçimde gruplandırılarak ana faktörün düzeylerinin karşılaştırılması istenir.

Böylece, doğru modelimiz ve sonucu aşağıdaki gibi olur.

```
anova1<-aov(y1~ irk + yem, data = data1) #Doğru model "blok faktörü + ana faktör"
summary(anova1)
```

```
##              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## irk           3  770.7   256.89  244.656 7.65e-06 ***
## yem           3   24.1     8.03   7.646  0.0258 *
## Residuals    5    5.3     1.05
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Bu sonuca göre, ana faktörümüz “yem” için $p - value = 0.0258 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi red edilir. Böylece, yem türleri arasında anlamlı bir farklılık vardır.

Eğer modelde faktörlerin sırasını değiştirirsek aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

```
anova2<-aov(y1~ yem+irk , data = data1) #Yanlış model!!!
summary(anova2)

##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## yem         3  188.7   62.89   59.89 0.000243 ***
## irk         3  606.1  202.03  192.41 1.39e-05 ***
## Residuals   5    5.3    1.05
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

ÖDEV: Modelin varsayımlarını test ediniz. İkili karşılaştırmaları yapınız.

Örnek 4:

5 otomobil yarışıcısının araç kullanım biçimlerinin 100km için ortalama yakıt (lt) tüketimi üzerindeki araştırılmak isteniyor. Bu amaçla 5 farklı yarış aracının her birinden 4 er tane olmak üzere toplam 20 tane araç kullanılıyor. Deneyin sonunda veriler aşağıdaki gibi elde ediliyor.

Bu verileri kullanarak $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde yarışçılar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını sınavınız.

```
y3<-c(17,14,13,12,14,14,13,10,12,13,12,9,13,11,11,12,11,12,10,8)
yarisci<-factor(rep(1:5, each = 4))
araba<-factor(c("2", "3", "4", "5", "1", "2", "4", "5", "1", "3", "4", "5", "1", "2", "3", "4", "1", "2", "3", "5"))

data3<- data.frame(y3,yarisci,araba)
print(data3)
```

```
##   y3 yarisci araba
## 1  17         1     2
## 2  14         1     3
## 3  13         1     4
## 4  12         1     5
## 5  14         2     1
## 6  14         2     2
## 7  13         2     4
## 8  10         2     5
## 9  12         3     1
## 10 13         3     3
## 11 12         3     4
## 12 9          3     5
## 13 13         4     1
## 14 11         4     2
## 15 11         4     3
## 16 12         4     4
## 17 11         5     1
## 18 12         5     2
## 19 10         5     3
## 20 8          5     5
```

ÇÖZÜM:

Verilere göre bu deney dengeli tamamlanmamış blok tasarımıdır. Bu veri için $a = 5, b = 5, r = 4, k = 4$ ve $\lambda = 3$ dır.

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$ ve $H_1 : \text{En az bir } \tau_i \neq 0$ hipotezlerini test ederiz.

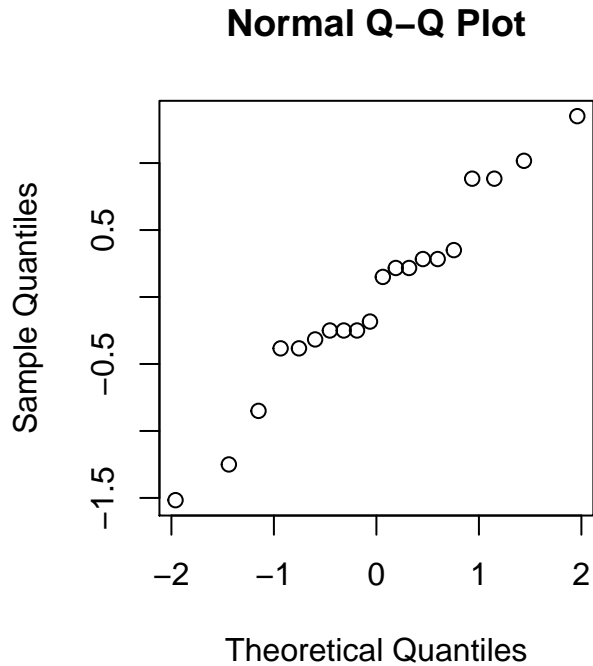
```
anova3<-aov(y3~ araba + yarisci, data = data3) #Doğru model "blok faktörü + ana faktör"  
summary(anova3)
```

```
##           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)  
## araba      4  31.20   7.800   8.566 0.00216 **  
## yarisci    4  35.73   8.933   9.810 0.00125 **  
## Residuals 11  10.02   0.911  
## ---  
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Bu sonuca göre, ana faktörümüz “yarisci” için $p\text{-value} = 0.00125 < 0.05$ olduğundan H_0 hipotezi red edilir. Böylece, yarışçıların araç kullanımları arasında anlamlı bir farklılık vardır.

Varsayım kontrolü: aşağıdaki sonuçlar göre normallik ve varyansların homojenliği varsayımları sağlanır.

```
qqnorm(residuals(anova3))
```



```
shapiro.test(residuals(anova3))
```

```
##  
## Shapiro-Wilk normality test
```

```
##  
## data: residuals(anova3)  
## W = 0.96492, p-value = 0.6461
```

```
ks.test(residuals(anova3), "pnorm", mean(residuals(anova3)), sd(residuals(anova3)))
```

```
## Warning in ks.test(residuals(anova3), "pnorm", mean(residuals(anova3)), : ties  
## should not be present for the Kolmogorov-Smirnov test
```

```
##  
## One-sample Kolmogorov-Smirnov test  
##  
## data: residuals(anova3)  
## D = 0.14877, p-value = 0.7679  
## alternative hypothesis: two-sided
```

```
library(goftest)  
ad.test(residuals(anova3), "pnorm", mean=mean(residuals(anova3)), sd=sd(residuals(anova3)), estimated=TRUE)
```

```
##  
## Anderson-Darling test of goodness-of-fit  
## Braun's adjustment using 4 groups  
## Null hypothesis: Normal distribution  
## with parameters mean = -4.57994102712189e-17, sd = 0.726080561959993  
## Parameters assumed to have been estimated from data  
##  
## data: residuals(anova3)  
## Anmax = 1.246, p-value = 0.6819
```

```
cvm.test(residuals(anova3), "pnorm", mean=mean(residuals(anova3)), sd=sd(residuals(anova3)), estimated=TRUE)
```

```
##  
## Cramer-von Mises test of goodness-of-fit  
## Braun's adjustment using 4 groups  
## Null hypothesis: Normal distribution  
## with parameters mean = -4.57994102712189e-17, sd = 0.726080561959993  
## Parameters assumed to have been estimated from data  
##  
## data: residuals(anova3)  
## omega2max = 0.17225, p-value = 0.8053
```

ÖDEV: Bu analiz için tüm mümkün ikili karşılaştırmaları iki farklı yöntem ile yapınız. Sonuçlarınızı yorumlayınız.