



Adı:	Dersin Adı: MATEMATİK II	Not
Soyadı:	Dersin Kodu: MAT1034	
Numarası:	Bölümü: İSTATİSTİK	
İmzası:	Sınav Tarihi: 10/04/2019	

SORULAR

- (15 puan) $\int \frac{2 dx}{x(3+2x^{n-2})}$ ($n \in \mathbb{N}$, $n \neq 2$) belirsiz integralini hesaplayınız.
- (15 puan) $\int \ln(x^2+x) dx$ belirsiz integralini hesaplayınız.
- (15 puan) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ fonksiyonunun bir ters türevinin $F(x)$ olduğunu varsayalım. Bu durumda $\int_1^3 \frac{\sin(2x)}{x} dx$ integralinin değerini F cinsinden ifade ediniz.

-Cevaplar-

1) $u = 3 + 2x^{n-2} \Rightarrow du = 2(n-2)x^{n-3} dx \Leftrightarrow \frac{du}{(n-2)x^{n-2}} = \frac{2dx}{x}$
 $ve x^{n-2} = \frac{u-3}{2}$

$$\int \frac{2 dx}{x(3+2x^{n-2})} = \int \frac{du}{(n-2) \frac{(u-3)}{2} \cdot u} = \frac{2}{n-2} \int \frac{du}{u(u-3)} = \frac{2}{n-2} \int \frac{1}{3} \left[\frac{1}{u-3} - \frac{1}{u} \right] du = \frac{2}{3(n-2)} [\ln|u-3| - \ln|u|] + C$$
$$= \frac{2}{3(n-2)} \ln \left| \frac{u-3}{u} \right| + C = \frac{2}{3(n-2)} \ln \left| \frac{2x^{n-2}}{3+2x^{n-2}} \right| + C$$

2) $\int \frac{\ln(x^2+x)}{x^2+x} dx = \ln(x^2+x) \cdot x - \int x \cdot \frac{2x+1}{x(x+1)} dx = x \ln(x^2+x) - \int \frac{2(x+1)-1}{(x+1)} dx$
 $du = \frac{2x+1}{x^2+x} \Rightarrow u = x$

$$= x \ln(x^2+x) - \left[\int 2 dx - \int \frac{dx}{x+1} \right]$$
$$= x \ln(x^2+x) - 2x + \ln|x+1| + C$$

3) $f(x) = \frac{\ln 2x}{x}$ in bir ters türevi $F(x) \Rightarrow F'(x) = \frac{\ln 2x}{x}$ dir ve Kalculusun Temel Teoreminden $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ dir.

$$\int_1^3 \frac{\ln 2x}{x} dx = \int_2^6 \frac{\ln u}{u/2} \cdot \frac{du}{2} = \int_2^6 \frac{\ln u}{u} du = F(6) - F(2) \text{ dir.}$$

$u=2x$
 $du=2dx$
 $x=\frac{u}{2}, dx=\frac{du}{2}$

$x=1 \Rightarrow u=2, x=3 \Rightarrow u=6$

